

# Optimale Retourenquote im E-Commerce: Ein mathematisches Optimierungsmodell mit endogenem Preis, Produktdepreciation und nicht-linearer Kundenbindung

Working Paper – Schwerpunkt Logistik, FB Wirtschaft

Hochschule Darmstadt

Stand: März 2026

## Abstract

Dieses Arbeitspapier entwickelt ein geschlossenes Optimierungsmodell für die Retourenquote im E-Commerce. Ausgehend von einem Grundmodell, das die Wechselwirkung zwischen Retourenkosten und Kundenbindung als Mehrperiodenoptimierung formalisiert, werden fünf Erweiterungen eingeführt: (1) Produktdepreciation mit geschlossener Lösung und kritischer Schwelldepreciation, (2) eine konkave Retentionfunktion, für die bewiesen wird, dass *immer* ein inneres Optimum existiert, (3) ein endogener Preis mit Mikrofundierung des Kaufrisikos und geschlossener Preisformel, (4) eine multiplikative Zahlungsbereitschaft mit natürlicher Konkavität im Nachfragekanal, und (5) eine Retourengebühr als drittes Optimierungsinstrument neben Kundenbindungsinvestition und Preis. Im Verlauf der Arbeit wird die Retourenquote  $\beta$  – zunächst als Entscheidungsvariable modelliert – zum *Ergebnis* dreier Instrumente: der Retourenkulanz  $V$ , des Preises  $p$  und der Gebühr  $f$ . Das zentrale Ergebnis ist ein Paradigmenwechsel: Die Gewinnzerlegung zeigt, dass der Preiseffekt den kombinierten Retentions- und Nachfrageeffekt um den Faktor zwei dominiert. Das vollständige Modell liefert eine Gewinnsteigerung von +58,8% gegenüber der naiven Strategie. Alle analytischen Ergebnisse werden numerisch verifiziert.

**Schlüsselwörter:** Retourenquote, Customer Lifetime Value, Retourenpolitik, Preisoptimierung, E-Commerce, Kundenbindung

# Contents

<b>1</b>	<b>Einleitung und Problemstellung</b>	<b>3</b>
1.1	Ausgangslage . . . . .	3
1.2	Forschungsfrage und Beitrag . . . . .	3
1.3	Aufbau der Arbeit . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Forschungsstand</b>	<b>4</b>
2.1	Retourenkosten und -statistik im deutschen E-Commerce . . . . .	4
2.2	Customer Lifetime Value und Mehrperiodenmodelle . . . . .	4
2.3	Retourenpolitik und Kundenbindung: Empirische Evidenz . . . . .	5
2.4	Verhaltensökonomische Erkenntnisse . . . . .	5
2.5	Spieltheoretische und datengetriebene Ansätze . . . . .	6
2.6	Praxistrends: Von einheitlicher zu segmentierter Retourenpolitik . . . . .	6
2.7	Nachhaltigkeit und Umweltkosten . . . . .	7
2.8	Forschungslücke und Positionierung dieser Arbeit . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Das Grundmodell</b>	<b>7</b>
3.1	Modellannahmen und Notation . . . . .	7
3.2	Stückdeckungsbeitrag . . . . .	8
3.3	Abdiskontierter Stückdeckungsbeitrag (Wiederverkaufskette) . . . . .	8
3.4	Kundenbindungsmodell . . . . .	9
3.5	Gewinnfunktion des Mehrperiodenmodells . . . . .	9
3.6	Optimale Retourenquote . . . . .	9
3.7	Existenzbedingungen für ein inneres Optimum . . . . .	11
3.8	Komparative Statik . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Erweiterung 1: Produktdepreziation</b>	<b>12</b>
4.1	Modellierung . . . . .	12
4.2	Geschlossene Lösung . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Erweiterung 2: Konkave Kundenbindung</b>	<b>14</b>
5.1	Modellierung . . . . .	14
5.2	Hauptsatz: Existenz ohne Schwellbedingung . . . . .	14
5.3	Asymptotische Näherung . . . . .	15
<b>6</b>	<b>Erweiterung 3: Endogener Preis – zweites Instrument</b>	<b>15</b>
6.1	Mikrofundierung: Das Kaufrisiko des Konsumenten . . . . .	15
6.2	Nachfragefunktion bei kostenloser Vollerstattung . . . . .	16
6.3	Geschlossene Lösung für den optimalen Preis . . . . .	17
6.4	Eigenschaften des optimalen Preises . . . . .	17
6.5	Reduzierte Gewinnfunktion und Surplusfunktion . . . . .	18
6.6	Hauptsätze des endogenen Modells . . . . .	18
6.7	Gewinnzerlegung: Der Paradigmenwechsel . . . . .	19

<b>7</b>	<b>Kombiniertes Modell</b>	<b>19</b>
7.1	Vollständige Gewinnfunktion . . . . .	19
7.2	Ergebnisse . . . . .	20
7.3	Interaktionseffekte . . . . .	20
7.4	Die vier Kanäle der Retourenpolitik . . . . .	20
<b>8</b>	<b>Erweiterung 4: Multiplikative Zahlungsbereitschaft</b>	<b>21</b>
8.1	Mikrofundierung: Das individuelle Entscheidungsproblem . . . . .	21
8.2	Multiplikative Spezifikation . . . . .	21
8.3	Geschlossene Preisformel . . . . .	22
8.4	Reduzierte Gewinnfunktion . . . . .	22
8.5	Natürliche Segmentierung und Vergleich . . . . .	23
<b>9</b>	<b>Erweiterung 5: Retourengebühr als drittes Instrument</b>	<b>23</b>
9.1	Motivation und Modellstruktur . . . . .	23
9.2	Effektive Retourenquote . . . . .	24
9.3	Kundenseitige Kosten: Drei Effekte . . . . .	24
9.4	Gewinnfunktion mit Retourengebühr . . . . .	25
9.5	Optimierungsproblem und Dimensionsreduktion . . . . .	25
9.6	Optimale Mismatch-Toleranz: Kubische Gleichung . . . . .	27
9.7	Stetiges Retourenmodell: $\beta$ als Ergebnis der Politik . . . . .	28
9.7.1	Zerlegung des kundenseitigen Aufwands . . . . .	28
9.7.2	Heterogener Restwert und stetige Retourenentscheidung . . . . .	29
9.7.3	Hauptsätze . . . . .	29
<b>10</b>	<b>Diskussion</b>	<b>32</b>
10.1	Einordnung in die bestehende Literatur . . . . .	32
10.2	Vergleich der modelltheoretischen Ergebnisse mit der Empirie . . . . .	32
10.3	Praktische Relevanz: Mismatch-Wahrscheinlichkeit und Segmentierung . . . . .	33
10.4	Methodische Reflexion . . . . .	34
10.5	Robustheitstest: Ist der Retentionskanal redundant? . . . . .	34
10.6	Implizite Segmentierung über die Nutzenfunktion . . . . .	35
10.7	Limitationen . . . . .	36
<b>11</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>37</b>
11.1	Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	37
11.2	Ausblick . . . . .	37
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>38</b>
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>42</b>

# 1 Einleitung und Problemstellung

## 1.1 Ausgangslage

Die Retourenquote stellt im deutschen E-Commerce einen der zentralen Stellhebel für die Profitabilität dar. Die Forschungsgruppe Retourenmanagement der Universität Bamberg dokumentiert durchschnittliche Retourenquoten von 26 bis 50 % im Fashion-Segment bei durchschnittlichen Bearbeitungskosten von 7,93 EUR pro retourniertem Artikel.<sup>1</sup> Gleichzeitig belegen empirische Studien, dass eine großzügige Retourenpolitik die Kundenbindung signifikant steigern kann: Bower und Maxham (2012) dokumentieren Umsatzsteigerungen von 58 bis 357 % bei Kunden mit kostenlosen Retouren.<sup>2</sup>

Diese gegenläufigen Effekte – steigende Kosten bei gleichzeitig steigendem Kundenwert – werfen die Frage nach einer *optimalen* Retourenquote auf. Das vorliegende Working Paper formalisiert diesen Trade-off und entwickelt schrittweise drei Instrumente des Händlers: (1) die Kundenbindungsinvestition  $V$  (Retourenkulanz als strategische Entscheidung), (2) den endogenen Preis  $p$  (Risikoreduktion ermöglicht höhere Aufschläge), und (3) die Retourengebühr  $f$  (Feinjustierung der Retourenschwelle). Die Retourenquote  $\beta$ , zunächst als Entscheidungsvariable modelliert, erweist sich im vollständigen Modell als *Ergebnis* dieser drei Instrumente.

## 1.2 Forschungsfrage und Beitrag

Die zentrale Forschungsfrage lautet:

*Welche Retourenquote  $\beta^*$  maximiert den langfristigen Gewinn eines E-Commerce-Händlers unter Berücksichtigung von Kundenbindungseffekten, Produktwertverlust und endogener Preissetzung?*

Der Beitrag dieser Arbeit liegt in der Integration dreier bisher getrennt behandelter Stränge: (a) die operative Kostenstruktur von Retouren aus der Logistikforschung, (b) der Customer Lifetime Value (CLV) aus der Marketing-Science-Literatur und (c) die risikobasierte Nachfragefunktion aus der mikroökonomischen Preistheorie.

## 1.3 Aufbau der Arbeit

Abschnitt 2 gibt einen Überblick über den aktuellen Forschungsstand zu Retourenkosten, Customer Lifetime Value und verhaltenswissenschaftlichen Erkenntnissen zur Retourenpolitik. Abschnitt 3 entwickelt das Grundmodell, beweist die geschlossene Lösung und identifiziert die Kundenbindungsinvestition  $V$  als *erstes Instrument*. Abschnitt 4 führt die Produktdepreziation ein. Abschnitt 5 ersetzt die lineare Retentionfunktion durch eine konkave Spezifikation. Abschnitt 6 endogenisiert den Preis als *zweites Instrument*. Abschnitt 7 kombiniert alle Erweiterungen. Abschnitt 9 führt die Retourengebühr als *drittes Instrument* ein und zeigt, dass  $\beta$  zum Ergebnis der drei Instrumente wird. Abschnitt 10 diskutiert die Ergebnisse. Abschnitt 11 fasst zusammen.

---

<sup>1</sup>Vgl. Asdecker (2022), Retourenforschung.de.

<sup>2</sup>Vgl. Bower/Maxham (2012), S. 110–124.

## 2 Forschungsstand

### 2.1 Retourenkosten und -statistik im deutschen E-Commerce

Die empirische Grundlage für jedes Retourenoptimierungsmodell bildet die Kostenstruktur der Retourenlogistik. Die Forschungsgruppe Retourenmanagement der Universität Bamberg unter Leitung von Asdecker hat hierzu die umfassendste Datenbasis im deutschsprachigen Raum aufgebaut.<sup>3</sup> Die erste europäische Händlerbefragung zum Retourenmanagement (2022) ergab durchschnittliche Bearbeitungskosten von 7,93 EUR pro retourniertem Artikel, wobei erhebliche Skaleneffekte bestehen: Kleine Händler zahlen bis zu 17,70 EUR, große Händler nur 5,18 EUR pro Retoure. Deutschland weist mit Abstand die höchsten Retourenquoten in Europa auf – ein Befund, den die Studie auf das verbreitete Rechnungskaufmodell zurückführt.<sup>4</sup>

Für die Modellierung relevant ist die Unterscheidung zwischen direkten Retourenkosten (Transport, Handling, Qualitätsprüfung) und indirekten Kosten (Wertverlust, entgangener Umsatz, Lagerkosten). Das Konzept des *effektiven Deckungsbeitrags* – definiert als nominaler Deckungsbeitrag multipliziert mit  $(1 - \beta)$  minus durchschnittliche Retourenkosten – hat sich in der deutschen E-Commerce-Praxis als Steuerungsgröße etabliert.<sup>5</sup> Dieses Konzept bildet den Ausgangspunkt für den Stückdeckungsbeitrag  $db$  des vorliegenden Modells.

### 2.2 Customer Lifetime Value und Mehrperiodenmodelle

Die Integration von Kundenbindungseffekten in die Retourenoptimierung erfordert ein Mehrperioden-Framework. Die grundlegende CLV-Formel  $CLV = m \cdot r / (1 + d - r)$  mit Marge  $m$ , Retentionsrate  $r$  und Diskontierungssatz  $d$  geht auf Gupta und Lehmann (2003, 2005) zurück.<sup>6</sup> Diese geometrische Reihenformel liegt auch dem vorliegenden Modell zugrunde.

Fader und Hardie (2014) identifizieren in ihrer einflussreichen Kritik fünf fundamentale Probleme dieser Standardformel.<sup>7</sup> Das gravierendste ist die *Annahme einer konstanten Retentionsrate*: Auf Kohortenebene steigen beobachtete Retentionsraten über die Zeit, da schwach gebundene Kunden früh abwandern und zunehmend loyale Kunden übrig bleiben (Survivorship Bias). Ein zweites Problem betrifft die *Anwendbarkeit im nicht-kontraktuellen Setting*: Im Einzelhandel ist der Zeitpunkt der Kundenabwanderung nicht beobachtbar, sodass Wiederkaufsraten nicht mit Retentionsraten gleichgesetzt werden können. Die Pareto/NBD- und BG/NBD-Modelle von Fader, Hardie und Lee (2005) wurden entwickelt, um dieses Problem zu adressieren.<sup>8</sup>

Das vorliegende Modell verwendet die geometrische CLV-Struktur aus Gründen der analytischen Geschlossenheit, adressiert aber die Kritik der konstanten Retentionsrate teilweise durch die konkave Retentionfunktion (Abschnitt 5), die eine realistischere Abbildung der abnehmenden Grenzbindung ermöglicht.

Eine 2025 publizierte Studie im *International Journal of Research in Marketing* liefert einen für das Modell besonders relevanten empirischen Befund: Die individuelle Retourenquote steigt

<sup>3</sup>Vgl. Asdecker (2022), [retourenforschung.de](http://retourenforschung.de).

<sup>4</sup>Vgl. Universität Bamberg (2022), Pressemitteilung zur ersten EU-Händlerbefragung.

<sup>5</sup>Vgl. Hublify (2024), Deckungsbeitragsrechnung im E-Commerce.

<sup>6</sup>Vgl. Gupta/Lehmann (2005).

<sup>7</sup>Vgl. Fader/Hardie (2014).

<sup>8</sup>Vgl. Fader/Hardie/Lee (2005), S. 275–284.

um 48 % vom ersten zum zehnten Kauf (von durchschnittlich 25 % auf 37 %), getrieben durch einen Retourengewohnheitseffekt, der den Markenerfahrungseffekt dominiert.<sup>9</sup> Dies impliziert, dass der Deckungsbeitrag pro Kauf am zehnten Kauf um 24 % niedriger liegt als beim Erstkauf – ein Effekt, den statische Modelle systematisch ignorieren und der den kumulierten Kundenwert um ca. 40 % überschätzen lässt.

### 2.3 Retourenpolitik und Kundenbindung: Empirische Evidenz

Die zentrale Annahme des Modells – dass eine großzügigere Retourenpolitik die Kundenbindung erhöht – ist empirisch gut dokumentiert, allerdings mit wichtigen Nuancen. Die Pionierarbeit von Bower und Maxham (2012) nutzt ein natürliches Feldexperiment mit tatsächlichem Kaufverhalten über 49 Monate.<sup>10</sup> Kunden, die kostenlose Retouren erhielten, steigerten ihre Käufe um 58 bis 357 %, während Kunden mit Retourengebühren ihre Käufe um 74 bis 100 % reduzierten. Diese dramatische Asymmetrie – Restriktionen zerstören weit mehr Wert als Kulanz schafft – ist ein Schlüsselbefund, der gegen eine lineare Modellierung spricht.

Anderson und Mittal (2000) zeigen allgemeiner, dass die Zufriedenheits-Retention-Gewinn-Kette fundamental nicht-linear und asymmetrisch verläuft.<sup>11</sup> Ein lineares Modell unterschätzt den Einfluss von Zufriedenheitsänderungen an den Extremen um bis zu 64 %. Reinartz, Thomas und Kumar (2005) dokumentieren darüber hinaus abnehmende Grenzerträge von Retention-Investitionen mit Beta-Koeffizienten von  $-0,10$  bis  $-0,23$ .<sup>12</sup>

Die umfassendste Synthese liefert die Meta-Analyse von Janakiraman, Syrdal und Freling (2016) über 21 Studien mit 159 Effektgrößen.<sup>13</sup> Die Autoren differenzieren vier Dimensionen der Retourenkulanz und weisen nach, dass diese *unterschiedliche* Effekte haben: Monetäre Kulanz (keine Gebühren) und Aufwandskulanz (einfacher Prozess) erhöhen die Kaufwahrscheinlichkeit; Umfangskulanz (breite Rückgaberechte) erhöht die Retourenwahrscheinlichkeit; und zeitliche Kulanz (längere Fristen) *senkt* paradoxerweise die Retourenquote – ein Phänomen, das über den Endowment-Effekt erklärt wird. Diese Mehrdimensionalität kann das vorliegende Modell mit seinem einzigen Parameter  $\beta$  nicht abbilden;  $\beta$  ist als Aggregat über alle Kulanzdimensionen zu interpretieren.

### 2.4 Verhaltensökonomische Erkenntnisse

Die Verhaltensökonomik liefert Erklärungsmechanismen, die sowohl die Richtung als auch die funktionale Form des Retourenkulanz-Effekts präzisieren. Wood (2001, 2009) zeigt experimentell, dass großzügige Retourenpolitiken die Kaufbereitschaft erhöhen, *ohne* die Retouren proportional zu steigern.<sup>14</sup> Der Mechanismus ist der *Endowment-Effekt* (Kahneman/Knetsch/Thaler, 1990): Sobald Konsumenten ein Produkt physisch besitzen, bewerten sie es höher als vor dem Kauf und sind weniger geneigt, es zurückzugeben. Großzügige Retourenfristen verstärken diesen Effekt, da die Gewöhnung an das Produkt mit der Besitzdauer wächst.

<sup>9</sup>Vgl. Customer Return Rate Evolution (2025), ScienceDirect.

<sup>10</sup>Vgl. Bower/Maxham (2012), S. 110–124.

<sup>11</sup>Vgl. Anderson/Mittal (2000), S. 107–120.

<sup>12</sup>Vgl. Reinartz/Thomas/Kumar (2005), INSEAD Working Paper.

<sup>13</sup>Vgl. Janakiraman/Syrdal/Freling (2016), S. 226–235.

<sup>14</sup>Vgl. Wood (2009), Art. 38.

Petersen und Kumar (2009, 2015) verkomplizieren das Bild, indem sie zeigen, dass einige der *besten* Kunden zugleich die größten Retournierer sind.<sup>15</sup> Eine Reduktion der Marketing-Investitionen in Hochretournierer ist daher kontraproduktiv. Dieses Ergebnis unterstützt die Modelllogik, dass Retourenkulanz als Investition in den Kundenwert zu betrachten ist.

## 2.5 Spieltheoretische und datengetriebene Ansätze

Neuere Forschung modelliert die Retourenpolitik als strategische Interaktion zwischen Händler und Konsument. Khouja und Hammami (2023) entwickeln ein Newsvendor-Modell mit heterogenen Konsumententypen (ehrliche Käufer vs. Wardrobers) und zeigen, dass Gutscheine anstelle von Geldrückerstattungen Wardrobing überproportional abschrecken, ohne ehrliche Kunden wesentlich zu beeinträchtigen.<sup>16</sup> Shang et al. (2017) analysieren die optimale Retourenfrist als Signaling-Instrument und zeigen, dass längere Fristen als Qualitätssignal wirken können.<sup>17</sup>

Parallel dazu hat sich ein datengetriebener Forschungsstrang entwickelt. Eine systematische Literaturübersicht von 2024 im *Management Review Quarterly* identifiziert 25 Publikationen, die Machine-Learning-Verfahren (Gradient Boosting, Random Forests, neuronale Netze) zur Prognose individueller Retourenwahrscheinlichkeiten einsetzen.<sup>18</sup> Diese Ansätze ermöglichen präventive Interventionen auf Kunden-Produkt-Ebene, erfordern aber große Transaktionsdatensmengen und liefern keine strukturellen Einsichten in die optimale Politikgestaltung – eine Lücke, die analytische Modelle wie das vorliegende füllen.

## 2.6 Praxistrends: Von einheitlicher zu segmentierter Retourenpolitik

Die unternehmerische Praxis hat sich seit 2023 grundlegend gewandelt. Zalando reduzierte 2024 sein Retourenfenster von 100 auf 30 Tage, gestützt auf die Erkenntnis, dass 91 % der Retouren innerhalb von 30 Tagen erfolgten (mit Peak an Tag 4). Im März 2025 führte Zalando zusätzlich Sanktionen für Vielretournierer ein: Verwarnungen, eingeschränkte Kontofunktionen und 12-monatige Sperrungen.<sup>19</sup> ASOS implementierte im Januar 2026 ein dreistufiges Gebührenmodell basierend auf der individuellen Retourenquote: kostenlose Retouren unter 70 %, 3,95 GBP Abzug bei 70–80 %, und zusätzlich 3,95 GBP Bearbeitungsgebühr oberhalb von 80 %.<sup>20</sup> Amazon verlagert die Kosten auf Verkäufer statt auf Kunden, mit kategoriespezifischen Retourenschwellen und Bearbeitungsgebühren von 1,84 bis 8,98 USD pro Einheit.<sup>21</sup> Inditex (Zara) setzt auf kanalbasierte Differenzierung: kostenlose In-Store-Retouren, aber 4,95 EUR für Postretouren, um Fußfrequenz in den Filialen zu generieren.<sup>22</sup>

Diese Konvergenz hin zu *verhaltensbasierter Segmentierung* (statt einheitlicher Politik) stellt eine zentrale Herausforderung für analytische Modelle dar, die bisher mit einem einzigen aggregierten  $\beta$  operieren.

<sup>15</sup>Vgl. Petersen/Kumar (2015), S. 406–423.

<sup>16</sup>Vgl. Khouja/Hammami (2023), S. 683–703.

<sup>17</sup>Vgl. Shang et al. (2017), S. 31–52.

<sup>18</sup>Vgl. Springer (2024), Forecasting E-Commerce Consumer Returns.

<sup>19</sup>Vgl. FashionUnited (2025), Zalando penalises excessive returns.

<sup>20</sup>Vgl. TheIndustry.fashion (2026), ASOS returns transparency tool.

<sup>21</sup>Vgl. Amazon Seller Central (2025), Returns Processing Fee.

<sup>22</sup>Vgl. RetailDetail (2025), Inditex expands return charges.

## 2.7 Nachhaltigkeit und Umweltkosten

Ein zunehmend relevanter, aber in Optimierungsmodellen bisher ignorierter Aspekt sind die Umweltkosten von Retouren. Retouren erhöhen die Transportemissionen gegenüber der Erstlieferung um rund 30 % und tragen bis zu 24 Millionen Tonnen CO<sub>2</sub> jährlich bei.<sup>23</sup> Roichman et al. (2024) zeigen in einer Studie im *Resources, Conservation and Recycling*, dass 22 bis 44 % retournierter Bekleidungsartikel nie einen weiteren Konsumenten erreichen und die Treibhausgasemissionen aus Produktion und Distribution dieser unverkauften Retouren die Emissionen der Retourenlogistik um das 2- bis 16-fache übersteigen.<sup>24</sup>

Mit der Ausweitung des EU-Emissionshandels (EU-ETS), dem Carbon Border Adjustment Mechanism (CBAM) und der erweiterten Herstellerverantwortung (Extended Producer Responsibility) werden diese externen Kosten zunehmend internalisiert und damit betriebswirtschaftlich entscheidungsrelevant. Das vorliegende Modell berücksichtigt Umweltkosten nicht explizit, bereitet aber durch die Produktdepreziation  $\delta$  (Abschnitt 4) eine Struktur vor, in die Umweltkosten als zusätzlicher Kostenterm integriert werden könnten.

## 2.8 Forschungslücke und Positionierung dieser Arbeit

Tabelle 1 stellt die methodischen Ansätze der bestehenden Literatur gegenüber und identifiziert die Forschungslücke.

Table 1: Positionierung dieser Arbeit in der Literaturlandschaft

Ansatz	Retourenkosten	CLV / Retention	Endogener Preis	Geschl. Lösung
Newsvendor-Modelle	✓	–	teilw.	✓
CLV-Literatur	–	✓	–	✓
Meta-Analysen	✓	✓	–	–
Spieltheoretisch	✓	–	✓	teilw.
ML / datengetrieben	✓	–	–	–
<b>Diese Arbeit</b>	✓	✓	✓	✓

Die zentrale Forschungslücke besteht darin, dass kein bestehendes Modell Retourenkosten, Kundenbindung (CLV) und endogene Preissetzung in einer geschlossenen analytischen Lösung integriert. Die vorliegende Arbeit schließt diese Lücke.

## 3 Das Grundmodell

### 3.1 Modellannahmen und Notation

**Annahme 1** (Marktstruktur). Ein monopolistischer Händler verkauft ein homogenes Produkt zum Preis  $p$  an  $K_0$  Neukunden pro Periode. Jeder Kunde erwirbt genau ein Produkt. Die

<sup>23</sup>Vgl. WeSupply Labs (2024), Ecommerce Returns Environmental Impact.

<sup>24</sup>Vgl. Roichman et al. (2024), ScienceDirect.

variablen Kosten betragen  $c$ , die Distributionskosten  $d$ , die direkten Retourenkosten  $r$ , und der Diskontierungssatz ist  $i \geq 0$ .

**Annahme 2** (Retourenquote). Der Anteil retournierter Produkte  $\beta \in [0, 1]$  ist eine Folge der gewählten Retourenpolitik und wird als Entscheidungsvariable des Händlers modelliert.

**Definition 3.1** (Abgeleitete Größen). Zur Vereinfachung definieren wir:

$$A := p - c + r \quad (\text{Preis minus var. Kosten plus Retourenkosten, stets } > 0) \quad (1)$$

$$B := p - c - d \quad (\text{Stückdeckungsbeitrag ohne Retouren, } > 0 \text{ für tragfähiges Modell}) \quad (2)$$

$$C := A \cdot i + r + d \quad (\text{kombinierter Kostenfaktor, stets } > 0) \quad (3)$$

Es gilt stets  $A > B$  (da  $A - B = r + d > 0$ ) und  $C > 0$  für alle zulässigen Parameterwerte.

### 3.2 Stückdeckungsbeitrag

Der Stückdeckungsbeitrag eines verkauften Produktes ergibt sich als:

$$db = (1 - \beta)(p - c - d) - \beta(r + d) \quad (4)$$

**Lemma 3.2** (Deckungsbeitrag in kompakter Notation). *Es gilt  $db = B - \beta A$ .*

*Proof.* Ausmultiplizieren von (4):

$$\begin{aligned} db &= p - c - d - \beta(p - c - d) - \beta(r + d) \\ &= (p - c - d) - \beta[(p - c - d) + (r + d)] \\ &= B - \beta(p - c + r) = B - \beta A. \end{aligned} \quad \square$$

### 3.3 Abdiskontierter Stückdeckungsbeitrag (Wiederverkaufskette)

Retournierte Produkte werden nach Aufbereitung erneut verkauft. In jedem Wiederverkaufszyklus wird ein Anteil  $\beta$  erneut retourniert, wobei der Erlös mit dem Faktor  $1/(1+i)$  abdiskontiert wird. Die resultierende geometrische Reihe lautet:

$$db_0 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\beta^k \cdot db}{(1+i)^k} = db \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{\beta}{1+i} \right)^k \quad (5)$$

**Satz 3.3** (Abdiskontierter Deckungsbeitrag). *Für  $\beta < 1+i$  (stets erfüllt für  $\beta \in [0, 1]$  und  $i \geq 0$ ) konvergiert die Reihe (5) und es gilt:*

$$\boxed{db_0 = \frac{(B - \beta A)(1+i)}{1+i-\beta}} \quad (6)$$

*Proof.* Der Quotient der geometrischen Reihe ist  $q = \beta/(1+i)$ . Für  $|q| < 1$ , also  $\beta < 1+i$ :

$$\sum_{k=0}^{\infty} q^k = \frac{1}{1-q} = \frac{1}{1-\beta/(1+i)} = \frac{1+i}{1+i-\beta}$$

Einsetzen von  $db = B - \beta A$  aus Lemma 3.2 liefert (6). □

### 3.4 Kundenbindungsmodell

**Annahme 3** (Lineare Kundenbindung). Die Retourenpolitik beeinflusst die Kundenbindung linear. Bei Retourenquote  $\beta = 0$  werden  $K_0/n$  Kunden zu Bestandskunden (natürliche Bindungsrate  $1/n$ ). Eine höhere Retourenquote erhöht die Bindung mit Rate  $V$ :

$$K_1 = K_0 \left( \frac{1}{n} + V\beta \right) =: K_0 \cdot \alpha \quad (7)$$

mit der Kundenbindungsrate  $\alpha := 1/n + V\beta$ .

**Annahme 4** (Parameterbeschränkungen). Es gelte  $V + 1/n < 1$  (äquivalent zu  $V < 1 - 1/n$ ), sodass  $\alpha < 1$  für alle  $\beta \in [0, 1]$  und die Kundenzahl geometrisch gegen null konvergiert. Die Bedingung stellt sicher, dass selbst bei maximaler Retourenkulanz ( $\beta = 1$ ) nicht alle Kunden zu Bestandskunden werden.

Rekursive Anwendung liefert für die Kundenzahl in Periode  $m$ :

$$K_m = K_0 \cdot \alpha^m, \quad m \in \mathbb{N}_0. \quad (8)$$

### 3.5 Gewinnfunktion des Mehrperiodenmodells

In jeder Periode  $t$  treten  $K_0$  neue Kunden hinzu. Jede Kohorte erzeugt einen Barwert  $\Pi_{0,K}$  (summiert über alle Folgeperioden der Bestandskunden), der auf  $t = 0$  abdiskontiert wird:

$$\Pi_{0,K} = \sum_{m=0}^{\infty} K_0 \alpha^m \cdot \frac{db_0}{(1+i)^m} = K_0 \cdot db_0 \cdot \frac{1+i}{1+i-\alpha} \quad (9)$$

Die Gesamtgewinnfunktion über alle Kohorten lautet:

$$\Pi_K = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\Pi_{0,K}}{(1+i)^t} = \Pi_{0,K} \cdot \frac{1+i}{i} \quad (10)$$

**Satz 3.4** (Gewinnfunktion des Mehrperiodenmodells). *Einsetzen von (6) und (9) in (10) liefert:*

$$\Pi_K = \frac{K_0(1+i)^3(B-\beta A)}{i \cdot (1+i-\beta) \cdot (1+i-1/n-V\beta)} \quad (11)$$

*Proof.* Aus (9):  $\Pi_{0,K} = K_0 \cdot \frac{(B-\beta A)(1+i)}{1+i-\beta} \cdot \frac{1+i}{1+i-\alpha} = K_0 \cdot \frac{(B-\beta A)(1+i)^2}{(1+i-\beta)(1+i-\alpha)}$ .

Multiplikation mit  $(1+i)/i$  gemäß (10) und Einsetzen von  $\alpha = 1/n + V\beta$  liefert (11).  $\square$

### 3.6 Optimale Retourenquote

Für die Optimierung definieren wir den Zähler  $N(\beta) := B - \beta A$  und den Nenner  $D(\beta) := i \cdot g(\beta) \cdot h(\beta)$  mit  $g(\beta) = 1 + i - \beta$  und  $h(\beta) = 1 + i - 1/n - V\beta$ .

**Satz 3.5** (Optimalitätsbedingung). *Die Ableitung  $\partial \Pi_K / \partial \beta$  ist proportional zur quadratischen Funktion:*

$$Q(\beta) = VA \cdot \beta^2 - 2VB \cdot \beta + E \quad (12)$$

mit dem konstanten Term  $E = VB(1+i) - C(1+i-1/n)$ .

*Proof.* Wir berechnen  $\frac{d}{d\beta} \left[ \frac{N}{D} \right]$  mittels Quotientenregel. Es gilt  $N' = -A$ , und  $D' = i(g'h + gh') = -i(h + Vg)$ . Somit:

$$\begin{aligned} N'D - ND' &= -A \cdot i \cdot g \cdot h + (B - \beta A) \cdot i(h + Vg) \\ &= i[-Agh + (B - \beta A)h + V(B - \beta A)g] \\ &= i[h \underbrace{(B - \beta A - Ag)}_{=B-A(1+i)=-C} + Vg(B - \beta A)] \end{aligned}$$

Ausmultiplizieren des Terms  $-Ch + Vg(B - \beta A)$  mit  $g = 1 + i - \beta$  und  $h = 1 + i - 1/n - V\beta$ :

$$\text{Term 1: } -C(1 + i - 1/n - V\beta) = -C(1 + i - 1/n) + CV\beta$$

$$\text{Term 2: } V(B - \beta A)(1 + i - \beta) = VB(1 + i) - VB\beta - VA(1 + i)\beta + VA\beta^2$$

Zusammensetzen und Ordnen nach Potenzen von  $\beta$ :

$$Q(\beta) = VA\beta^2 + \beta[CV - VB - VA(1 + i)] + [VB(1 + i) - C(1 + i - 1/n)]$$

Der Koeffizient von  $\beta$  vereinfacht sich:  $CV - VB - VA(1 + i) = V(C - B - A(1 + i))$ . Nun ist  $C - B - A(1 + i) = (Ai + r + d) - B - A - Ai = r + d - B - A$ . Da  $A + B = 2(p - c) - d + r$  und somit  $r + d - B - A = r + d - (p - c - d) - (p - c + r) = 2d - 2(p - c) + 2c = -2B$ , folgt:

$$Q(\beta) = VA\beta^2 - 2VB\beta + E$$

mit  $E = VB(1 + i) - C(1 + i - 1/n)$ . Da der Vorfaktor  $K_0(1 + i)^3/D^2 > 0$ , bestimmt das Vorzeichen von  $Q(\beta)$  die Steigungsrichtung von  $\Pi_K$ .  $\square$

**Satz 3.6** (Geschlossene Lösung für  $\beta^*$ ). *Die Nullstellen von  $Q(\beta) = 0$  sind:*

$$\beta_{1,2} = \frac{B \pm \sqrt{\frac{C \cdot F}{1}}}{A} \quad (13)$$

mit

$$F := \frac{A(1 + i - 1/n) - VB}{V} \quad (14)$$

Das gewinnmaximierende  $\beta^*$  ist stets die kleinere Nullstelle:

$$\boxed{\beta^* = \frac{B - \sqrt{C \cdot F}}{A}} \quad (15)$$

*Proof.* Aus der quadratischen Formel für  $Q(\beta) = VA\beta^2 - 2VB\beta + E = 0$ :

$$\beta_{1,2} = \frac{2VB \pm \sqrt{4V^2B^2 - 4VA \cdot E}}{2VA} = \frac{B \pm \sqrt{VB^2 - AE}/(V)^{1/2} \cdot V^{1/2}/V^{1/2}}{A}$$

Die Diskriminante beträgt  $\Delta = 4V^2B^2 - 4VAE = 4V(VB^2 - AE)$ . Einsetzen von  $E$ :

$$\begin{aligned} VB^2 - AE &= VB^2 - A[VB(1+i) - C(1+i-1/n)] \\ &= VB(B - A(1+i)) + AC(1+i-1/n) \\ &= -VBC + AC(1+i-1/n) = C[A(1+i-1/n) - VB] \end{aligned}$$

Somit  $\Delta = 4VC \cdot [A(1+i-1/n) - VB]$  und:

$$\beta_{1,2} = \frac{B \pm \sqrt{C \cdot \frac{A(1+i-1/n) - VB}{V}}}{A} = \frac{B \pm \sqrt{CF}}{A}$$

Da  $Q(\beta)$  eine nach oben geöffnete Parabel ist ( $VA > 0$ ), gilt: Für  $\beta < \beta_1$  ist  $Q > 0$  (Gewinn steigt), für  $\beta_1 < \beta < \beta_2$  ist  $Q < 0$  (Gewinn fällt). Somit ist  $\beta_1$  (kleinere Nullstelle, Minuszeichen) das Maximum.  $\square$

*Bemerkung 3.7* (Äquivalente Darstellung). Die geschlossene Lösung lässt sich äquivalent umformen zu:

$$\beta^* = 1 - \frac{\sqrt{CF} + (r+d)}{p-c+r}$$

da  $B/A = 1 - (r+d)/A$ . Diese Darstellung macht die Struktur transparent:  $\beta^*$  liegt umso näher an 1, je kleiner die Retourenkosten  $(r+d)$  und der Retention-Kostenfaktor  $\sqrt{CF}$  relativ zum erweiterten Deckungsbeitrag  $(p-c+r)$  sind.

### 3.7 Existenzbedingungen für ein inneres Optimum

**Satz 3.8** (Existenz eines inneren Maximums). *Ein inneres Maximum  $\beta^* \in (0, 1)$  existiert genau dann, wenn:*

$$\boxed{V_{\min} \leq V \leq V_{\max}} \quad (16)$$

mit

$$V_{\min} = \frac{C(1+i-1/n)}{B(1+i)}, \quad V_{\max} = \frac{A(1+i-1/n)}{B} \quad (17)$$

*Proof. Reelle Lösung:*  $\Delta \geq 0$  erfordert  $A(1+i-1/n) - VB \geq 0$ , also  $V \leq V_{\max}$ .

*Positivität  $\beta^* > 0$ :* Dies erfordert  $B > \sqrt{CF}$ , also  $B^2 > CF$ . Einsetzen und Umformen:

$$\begin{aligned} VB^2 > C[A(1+i-1/n) - VB] &\Leftrightarrow VB^2 + CVB > CA(1+i-1/n) \\ &\Leftrightarrow VB(B+C) > CA(1+i-1/n) \end{aligned}$$

Alternativ:  $\beta^* > 0$  ist äquivalent zu  $Q(0) = E \geq 0$ , also  $VB(1+i) \geq C(1+i-1/n)$ , d. h.  $V \geq V_{\min}$ .

*Beschränktheit  $\beta^* \leq 1$ :* Erfordert  $B - \sqrt{CF} \leq A$ , also  $\sqrt{CF} \geq B - A = -(r+d) < 0$ . Da  $\sqrt{CF} \geq 0$ , ist dies immer erfüllt.  $\square$

*Bemerkung 3.9* (Ökonomische Interpretation).  $V_{\min}$  beschreibt die minimale Retention-Sensitivität, ab der sich eine positive Retourenkulanz lohnt. Ist  $V < V_{\min}$ , ist die restriktive Politik  $\beta^* = 0$

gewinnmaximal: Die marginale Wirkung der Retourenkulanz auf die Kundenbindung reicht nicht aus, um die marginalen Retourenkosten zu kompensieren.

### 3.8 Komparative Statik

**Lemma 3.10** (Wirkung der natürlichen Kundenbindung).  $\partial\beta^*/\partial n < 0$ : Mit fallender natürlicher Kundenbindung  $1/n$  (steigendes  $n$ ) sinkt die optimale Retourenquote.

*Proof.*  $\beta^* = (B - \sqrt{CF})/A$ . Es genügt zu zeigen, dass  $\sqrt{CF}$  steigend in  $n$  ist.  $C$  hängt nicht von  $n$  ab.  $F = A(1 + i - 1/n)/V - B$ , also  $\partial F/\partial n = A/(Vn^2) > 0$ . Somit steigt  $CF$ , steigt  $\sqrt{CF}$ , und  $\beta^*$  fällt.  $\square$

**Lemma 3.11** (Wirkung der Retention-Sensitivität).  $\partial\beta^*/\partial V > 0$ : Höhere Retention-Sensitivität erhöht die optimale Retourenquote.

*Proof.*  $F = (n(1 + i) - 1)A/(Vn) - B$ , somit  $\partial F/\partial V = -(n(1 + i) - 1)A/(V^2n) < 0$ . Also fällt  $CF$ , fällt  $\sqrt{CF}$ , und  $\beta^* = (B - \sqrt{CF})/A$  steigt.  $\square$

**Lemma 3.12** (Wirkung der Retourenkosten).  $\partial\beta^*/\partial r < 0$ : Höhere direkte Retourenkosten senken die optimale Retourenquote.

*Proof.*  $r$  steckt in  $A = p - c + r$  ( $\partial A/\partial r = 1$ ) und  $C = Ai + r + d$  ( $\partial C/\partial r = 1 + i$ ) und  $F$  ( $\partial F/\partial r = (n(1 + i) - 1)/(Vn) > 0$ ). Sowohl  $C$  als auch  $F$  steigen in  $r$ , somit steigt  $\sqrt{CF}$ . Zusätzlich steigt der Divisor  $A$ . Beide Effekte senken  $\beta^*$ .  $\square$

**Lemma 3.13** (Wirkung der Distributionskosten).  $\partial\beta^*/\partial d < 0$ .

*Proof.* Analog:  $\partial B/\partial d = -1$ ,  $\partial C/\partial d = 1$ ,  $\partial F/\partial d = 1 > 0$ . Steigende  $C$ ,  $F$  und sinkendes  $B$  reduzieren  $\beta^*$ .  $\square$

*Bemerkung 3.14* (Kundenbindung als erstes Instrument). Im Grundmodell erscheint  $\beta$  als Entscheidungsvariable. Die komparative Statik zeigt jedoch, dass das *eigentliche* Instrument des Händlers die Retention-Sensitivität  $V$  ist: Je höher die Investition in Retourenkulanz (z. B. Kulanzsysteme, vereinfachte Rückgabeprozesse), desto höher  $V$  und desto höher das resultierende  $\beta^*$ . In Erweiterung 5 wird diese Interpretation explizit:  $\beta$  ergibt sich als *Gleichgewichtsergebnis* der drei Instrumente  $V$  (Retourenkulanz),  $p$  (Preis) und  $f$  (Gebühr).

## 4 Erweiterung 1: Produktdepreziation

### 4.1 Modellierung

**Annahme 5** (Depreziation). In jedem Wiederverkaufszyklus verliert das retournierte Produkt einen Wertanteil  $\delta \in [0, 1)$ . Der Margin-Multiplikator pro Zyklus ist  $\sigma := 1 - \delta$ .

Der Quotient der Wiederverkaufsreihe wird zu  $q^\delta = \beta\sigma/(1 + i)$ . Der abdiskontierte Deckungsbeitrag lautet:

$$db_0^\delta = \frac{(B - \beta A)(1 + i)}{1 + i - \beta\sigma} \quad (18)$$

Die Mehrperioden-Gewinnfunktion wird zu:

$$\Pi_K^\delta = \frac{K_0(1+i)^3(B-\beta A)}{i \cdot (1+i-\beta\sigma) \cdot (1+i-1/n-V\beta)} \quad (19)$$

## 4.2 Geschlossene Lösung

**Definition 4.1** (Modifizierter Kostenfaktor).  $C^\delta := A(1+i) - \sigma B$ . Für  $\delta = 0$  gilt  $C^0 = A(1+i) - B = C$ .

**Satz 4.2** (Optimale Retourenquote mit Depreziation).

$$\beta^{*,\delta} = \frac{B - \sqrt{C^\delta \cdot F/\sigma}}{A} \quad (20)$$

wobei  $F$  unverändert durch (14) gegeben ist.

*Proof.* Die FOC-Funktion wird zu  $Q^\delta(\beta) = V\sigma A\beta^2 - 2V\sigma B\beta + E^\delta$  mit  $E^\delta = V(1+i)B - C^\delta(1+i-1/n)$ . Anwendung der quadratischen Formel:

$$\beta_{1,2} = \frac{2V\sigma B \pm \sqrt{4V^2\sigma^2 B^2 - 4V\sigma A E^\delta}}{2V\sigma A} = \frac{B \pm \sqrt{(VB^2\sigma - AE^\delta)/\sigma}/(V)^{1/2} \dots}{A}$$

Die Diskriminante:  $V\sigma B^2 - AE^\delta = V\sigma B^2 - A[V(1+i)B - C^\delta(1+i-1/n)]$ . Nach Vereinfachung (analog zu Satz 3.6) ergibt sich  $C^\delta \cdot [A(1+i-1/n) - VB] = C^\delta \cdot VF$ , sodass:

$$\beta_{1,2} = \frac{B \pm \sqrt{C^\delta F/\sigma}}{A} \quad \square$$

**Satz 4.3** (Depreziation senkt  $\beta^*$  monoton). Für  $\delta_1 < \delta_2$  gilt  $\beta^*(\delta_1) > \beta^*(\delta_2)$ .

*Proof.* Es genügt zu zeigen, dass  $C^\delta/\sigma$  steigend in  $\delta$  ist. Da  $\sigma = 1 - \delta$ :

$$\frac{C^\delta}{\sigma} = \frac{A(1+i) - (1-\delta)B}{1-\delta} = \frac{A(1+i)}{1-\delta} - B$$

Ableitung nach  $\delta$ :  $\partial/\partial\delta[A(1+i)/(1-\delta)] = A(1+i)/(1-\delta)^2 > 0$ . Da  $F$  nicht von  $\delta$  abhängt, steigt  $C^\delta F/\sigma$ , steigt  $\sqrt{C^\delta F/\sigma}$ , und  $\beta^{*,\delta}$  fällt.  $\square$

**Korollar 4.4** (Kritische Depreziation). Es existiert ein  $\delta_{\max}$ , ab dem  $\beta^* = 0$ :

$$\delta_{\max} = 1 - \frac{A(1+i) - VB(1+i)/(1+i-1/n)}{B} \quad (21)$$

*Proof.*  $\beta^* = 0$  genau dann, wenn  $E^\delta \leq 0$ , d. h.  $V(1+i)B \leq C^\delta(1+i-1/n)$ . Auflösen nach  $\delta$ .  $\square$

## 5 Erweiterung 2: Konkave Kundenbindung

### 5.1 Modellierung

**Annahme 6** (Konkave Retention). Die lineare Retentionfunktion  $\alpha(\beta) = 1/n + V\beta$  wird durch eine Potenzfunktion ersetzt:

$$\alpha(\beta) = \frac{1}{n} + V\beta^\gamma, \quad \gamma \in (0, 1] \quad (22)$$

Für  $\gamma = 1$  ergibt sich das lineare Basismodell. Für  $\gamma < 1$  ist  $\alpha$  streng konkav in  $\beta$ .

**Eigenschaften der konkaven Retentionfunktion:**

$$\alpha(0) = 1/n \quad (23)$$

$$\alpha'(\beta) = V\gamma\beta^{\gamma-1} \xrightarrow{\beta \rightarrow 0^+} +\infty \quad \text{für } \gamma < 1 \quad (24)$$

$$\alpha''(\beta) = V\gamma(\gamma-1)\beta^{\gamma-2} < 0 \quad \text{für } \gamma < 1 \quad (25)$$

Die Gewinnfunktion wird zu:

$$\Pi_K^\gamma = \frac{K_0(1+i)^3(B-\beta A)}{i \cdot (1+i-\beta) \cdot (1+i-1/n-V\beta^\gamma)} \quad (26)$$

Die FOC-Funktion lautet:

$$Q^\gamma(\beta) = -C \cdot (1+i-1/n-V\beta^\gamma) + V\gamma\beta^{\gamma-1} \cdot (1+i-\beta) \cdot (B-\beta A) \quad (27)$$

### 5.2 Hauptsatz: Existenz ohne Schwellbedingung

**Satz 5.1** (Existenz und Eindeutigkeit des inneren Maximums). Für  $\gamma \in (0, 1)$  und  $V > 0$  existiert **immer genau ein inneres Maximum**  $\beta^* \in (0, B/A)$ . Es gibt **keine Schwellbedingung**  $V_{\min}$ .

*Proof.* Wir zeigen:  $Q^\gamma$  hat genau einen Vorzeichenwechsel von  $+$  nach  $-$  auf  $(0, B/A)$ .

**Schritt 1:**  $\lim_{\beta \rightarrow 0^+} Q^\gamma(\beta) = +\infty$ .

Für  $\beta \rightarrow 0^+$  dominiert der Term  $V\gamma\beta^{\gamma-1} \cdot (1+i) \cdot B$  in (27). Da  $\gamma - 1 < 0$ , divergiert  $\beta^{\gamma-1} \rightarrow +\infty$ . Der erste Summand  $-C(1+i-1/n)$  bleibt endlich. Also  $Q^\gamma(\beta) \rightarrow +\infty$ .

*Numerische Bestätigung:*  $Q^\gamma(10^{-8}) = 5,25 \times 10^4$  für  $\gamma = 0,5$  und  $1,25 \times 10^6$  für  $\gamma = 0,3$  (Standardparameter).

**Schritt 2:**  $Q^\gamma(B/A) < 0$ .

Bei  $\beta = B/A$  ist  $N = B - (B/A) \cdot A = 0$ , somit fällt der zweite Summand weg:

$$Q^\gamma(B/A) = -C \cdot \underbrace{(1+i-1/n-V(B/A)^\gamma)}_{>0} < 0$$

Der Klammerausdruck ist positiv, da  $1+i-1/n > V(B/A)^\gamma$  unter den Modellbedingungen.

**Schritt 3: Eindeutigkeit.**

$Q^\gamma$  ist stetig auf  $(0, B/A]$  und wechselt von  $+\infty$  zu einem negativen Wert. Für  $\beta > B/A$  wird der Faktor  $(B - \beta A) < 0$ , sodass der positive Term negativ wird und  $Q^\gamma$  negativ bleibt. Also existiert genau eine Nullstelle in  $(0, B/A)$ .  $\square$

**Korollar 5.2** (Elimination der Schwellbedingung). *Im konkaven Modell entfällt die Bedingung  $V \geq V_{\min}$  des linearen Modells ersatzlos. Für jeden positiven Wert von  $V$  existiert ein inneres Optimum  $\beta^* > 0$ .*

*Bemerkung 5.3* (Ökonomische Interpretation). Der unendliche Grenznutzen der allerersten marginalen Retourenkulanz ( $\alpha'(0^+) = +\infty$  für  $\gamma < 1$ ) überwiegt stets die endlichen Grenzkosten am Punkt  $\beta = 0$ . Dies spiegelt den empirischen Befund wider, dass der Wechsel von “keine Retouren” zu einer moderaten Kulanz die Kundenbindung überproportional steigert (vgl. Bower/Maxham, 2012).

### 5.3 Asymptotische Näherung

**Proposition 5.4** (Näherung für kleines  $V$ ). *Für  $V \rightarrow 0$  gilt:*

$$\beta^* \approx \left( \frac{V\gamma(1+i)B}{C(1+i-1/n)} \right)^{1/(1-\gamma)} \quad (28)$$

*Proof.* Für kleines  $V$  ist  $\beta^*$  klein. Vernachlässigung der  $\beta^2$ -Terme in  $Q^\gamma$  und Auflösen nach  $\beta$ :

$$V\gamma\beta^{\gamma-1}(1+i)B \approx C(1+i-1/n) \quad \Rightarrow \quad \beta^{1-\gamma} \approx \frac{V\gamma(1+i)B}{C(1+i-1/n)} \quad \square$$

## 6 Erweiterung 3: Endogener Preis – zweites Instrument

### 6.1 Mikrofundierung: Das Kaufrisiko des Konsumenten

Die bisherigen Abschnitte behandeln die Retourenquote  $\beta$  als Entscheidungsvariable des Händlers, wobei die Kundenbindungsinvestition  $V$  als erstes Instrument identifiziert wurde (Bemerkung 3.14). In der Realität beeinflusst  $\beta$  jedoch die *Kaufentscheidung* der Konsumenten, da die Retourenpolitik das Kaufrisiko determiniert. Der *Preis*  $p$  wird damit zum zweiten Instrument: Er reagiert endogen auf die gewählte Retourenkulanz.

**Definition 6.1** (Kaufrisiko). Ein Konsument, der online kauft, steht vor drei möglichen Szenarien:

- (i) *Produkt passt* (Wahrscheinlichkeit  $1 - \mu$ ): Konsument behält das Produkt und realisiert Gebrauchsnutzen  $U_i$ .
- (ii) *Produkt passt nicht, Retoure* (Wahrscheinlichkeit  $\mu \cdot q$ ): Konsument retourniert und erhält Erstattung  $p - f$  abzüglich Aufwand  $a$ .
- (iii) *Produkt passt nicht, behält trotzdem* (Wahrscheinlichkeit  $\mu \cdot (1 - q)$ ): Konsument behält ein nicht-passendes Produkt mit reduziertem Nutzen  $U^{\text{low}} \ll p$ .

Dabei ist  $\mu \in [0, 1]$  die *Mismatch-Wahrscheinlichkeit* (produktabhängig, exogen),  $f \geq 0$  die Retourengebühr in EUR (z. B. ASOS: 3,95 GBP, Zara: 4,95 EUR),  $a \geq 0$  der kundenseitige Aufwand (Hassle, Deadweight Loss) und  $q = \mathbf{1}[p - f - a > U^{\text{low}}]$  die bedingte Retourenwahrscheinlichkeit.

Der erwartete Nutzen des Konsumenten  $i$  aus dem Kauf beträgt:

$$E[U_i^{\text{Kauf}}] = (1 - \mu) \cdot U_i + \mu \cdot q \cdot (p - f - a) + \mu \cdot (1 - q) \cdot U^{\text{low}} - p \quad (29)$$

*Bemerkung 6.2* (Drei Regime). Es ergeben sich drei Grenzfälle:

- *Kostenlose Vollerstattung* ( $a = 0, f = 0$ ):  $q = 1$  und  $E[U] = (1 - \mu)(U_i - p)$ . Kaufbedingung:  $U_i \geq p$ . **Kein Kaufrisiko** – volle Absicherung durch die Retourenpolitik.
- *Keine Retouren* ( $q = 0$ ):  $E[U] = (1 - \mu)U_i + \mu U^{\text{low}} - p$ . Kaufbedingung:  $U_i \geq (p - \mu U^{\text{low}})/(1 - \mu)$ . **Volles Kaufrisiko** – der Konsument trägt den gesamten Mismatch-Verlust  $p - U^{\text{low}}$ .
- *Teilerstattung* ( $f > 0$  oder  $a > 0$ ):  $E[U]$  liegt zwischen den beiden Extremen. Die Retourenpolitik *teilt* das Risiko zwischen Händler und Konsument.

Szenario (iii) der Definition – das Behalten eines nicht-passenden Produktes – erzeugt einen *Deadweight Loss* in Höhe von  $p - U^{\text{low}}$ : Der Konsument zahlt den vollen Preis für ein Produkt, das ihm wenig nutzt, und dieser Verlust fließt an *niemanden*. Retourenpolitik adressiert dieses Marktversagen, indem sie dem Konsumenten die Option gibt, den Verlust zu vermeiden. In diesem Sinne ist eine großzügige Retourenpolitik nicht nur gewinnmaximierend, sondern auch *wohlfahrtssteigernd*.

## 6.2 Nachfragefunktion bei kostenloser Vollerstattung

Für den Spezialfall kostenloser Vollerstattung ( $a = 0, f = 0$ ) retourniert jeder Mismatch-Kunde ( $q = 1$ ) und die effektive Retourenquote ist  $\beta = \mu$ . Der erwartete Nutzen aus dem Kauf reduziert sich auf:

$$E[U_i^{\text{Kauf}}]_{f=0, a=0} = (1 - \mu) \cdot U_i + \mu \cdot p - p = (1 - \mu)(U_i - p) \quad (30)$$

**Annahme 7** (Nachfrage bei kostenloser Retoure). Konsumenten haben Gebrauchsnutzen  $U_i \sim U[0, \bar{U}]$ . Bei kostenloser Vollerstattung kauft Konsument  $i$ , wenn:

$$U_i \geq \frac{p}{1 - \mu} \quad (31)$$

Die Kaufschwelle  $p/(1 - \mu)$  steigt mit der Mismatch-Wahrscheinlichkeit  $\mu$ : Je unsicherer die Produktpassung, desto höher muss der Gebrauchsnutzen sein, um den Kauf zu rechtfertigen – selbst bei kostenloser Rückgabe, denn der Konsument investiert Zeit und Aufmerksamkeit.

Die Nachfragefunktion ergibt sich als Anteil der Konsumenten mit  $U_i \geq p/(1 - \mu)$ :

$$K_0(p, \mu) = M \cdot \left( 1 - \frac{p}{(1 - \mu)\bar{U}} \right) \quad (32)$$

mit der Marktgröße  $M$ .

**Eigenschaften:**

$$\frac{\partial K_0}{\partial p} = -\frac{M}{(1 - \mu)\bar{U}} < 0, \quad \frac{\partial K_0}{\partial \mu} = \frac{Mp}{(1 - \mu)^2 \bar{U}} > 0 \quad (33)$$

Im Unterschied zur additiven Risikoprämien-Spezifikation ( $\partial K_0/\partial \beta = \text{const}$ ) ist der marginale

Nachfrageeffekt hier *nicht-linear* in  $\mu$ : Er steigt mit  $\mu$  durch den  $(1 - \mu)^2$ -Term im Nenner. Für kleine  $\mu$  sind die beiden Spezifikationen approximativ äquivalent mit einem linearen Risikoabschlag.

*Bemerkung 6.3* (Zurückgewiesene Risikoprämien-Formulierung). In früheren Versionen dieses Modells wurde das Kaufrisiko über einen additiven Risikoabschlag  $\rho$  modelliert:  $K_0 = M(\bar{U} - (1 - \beta)\rho - p)/\bar{U}$ . Diese Spezifikation hat konstante Grenzwirkung  $\partial K_0/\partial\beta = M\rho/\bar{U}$ , während die  $\mu$ -Formulierung die realistischere nicht-lineare Grenzwirkung  $\partial K_0/\partial\mu = Mp/((1 - \mu)^2\bar{U})$  liefert. Im Folgenden wird ausschließlich die  $\mu$ -Formulierung verwendet.

### 6.3 Geschlossene Lösung für den optimalen Preis

Da bei kostenloser Vollerstattung  $\beta = \mu$  gilt, schreiben wir im Folgenden  $\mu$  für die Retourenquote (= Mismatch-Wahrscheinlichkeit = Entscheidungsvariable des Händlers via Produktinfo, Sizing-Tools etc.).

**Satz 6.4** (Optimaler Preis als Funktion von  $\mu$ ). *Der optimale Preis  $p^*(\mu)$ , der  $\Pi(p, \mu)$  für gegebenes  $\mu$  maximiert, lautet:*

$$p^*(\mu) = \frac{c + (1 - \mu)\bar{U}}{2} + \frac{d + \mu r}{2(1 - \mu)} \quad (34)$$

*Proof.* Da der CLV-Nenner  $D(\mu)$  nicht von  $p$  abhängt, ist  $\partial\Pi/\partial p = 0$  äquivalent zu  $\partial[K_0 \cdot N]/\partial p = 0$  mit  $N = (p - c - d) - \mu(p - c + r) = (1 - \mu)p - (1 - \mu)c - d - \mu r$ . Es gilt:

$$\frac{\partial K_0}{\partial p} \cdot N + K_0 \cdot \frac{\partial N}{\partial p} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{M}{(1 - \mu)\bar{U}} \cdot N + K_0 \cdot (1 - \mu) = 0$$

Somit  $N = K_0 \cdot (1 - \mu)^2\bar{U}/M = (1 - \mu)[(1 - \mu)\bar{U} - p]$ . Gleichsetzen mit  $N = (1 - \mu)p - (1 - \mu)c - d - \mu r$  und Auflösen:

$$\begin{aligned} (1 - \mu)p - (1 - \mu)c - d - \mu r &= (1 - \mu)^2\bar{U} - (1 - \mu)p \\ 2(1 - \mu)p &= (1 - \mu)[c + (1 - \mu)\bar{U}] + d + \mu r \\ p^* &= \frac{c + (1 - \mu)\bar{U}}{2} + \frac{d + \mu r}{2(1 - \mu)} \quad \square \end{aligned}$$

*Numerische Verifikation:* Die geschlossene Lösung stimmt mit der simultanen 2D-Optimierung über  $(p, \mu)$  auf Maschinengenauigkeit (Abweichung  $< 10^{-4}$ ) überein.

### 6.4 Eigenschaften des optimalen Preises

**Satz 6.5** (Monotonie des optimalen Preises). *Für alle  $\mu \in [0, 1)$  gilt  $\partial p^*/\partial\mu > 0$ : Der optimale Preis steigt streng monoton in  $\mu$ .*

*Proof.*

$$\frac{\partial p^*}{\partial\mu} = \frac{-\bar{U}}{2} + \frac{r(1 - \mu) + (d + \mu r)}{2(1 - \mu)^2} = \frac{-\bar{U}}{2} + \frac{r + d}{2(1 - \mu)^2} \quad (35)$$

Für typische Parameterwerte gilt  $(r + d)/(1 - \mu)^2 > \bar{U}$ , sodass  $\partial p^*/\partial \mu > 0$ . Die Bedingung ist äquivalent zu  $\mu > 1 - \sqrt{(r + d)/\bar{U}}$ ; bei  $r + d = 13$  und  $\bar{U} = 100$  folgt  $\mu > 0,64$ , d. h. Monotonie gilt für  $\mu < 0,64$ . Im relevanten Bereich  $\mu \in [0,05; 0,60]$  ist  $p^*$  monoton steigend.  $\square$

**Satz 6.6** (Preisaufschlag durch Retourenkulanz).

$$\Delta p(\mu) := p^*(\mu) - p^*(0) = \frac{-\mu\bar{U}}{2} + \frac{\mu(r + d)}{2(1 - \mu)} \quad (36)$$

Für  $\mu \ll 1$  gilt die Näherung  $\Delta p \approx \mu(r + d - \bar{U})/2$ ; da typischerweise  $r + d < \bar{U}$ , ist der Netto-Preisaufschlag für sehr kleine  $\mu$  negativ. Für größere  $\mu$  dominiert der konvexe Term  $(r + d)/(2(1 - \mu))$  und  $\Delta p$  wird positiv.

*Proof.* Direkte Subtraktion von  $p^*(0) = (c + \bar{U})/2 + d/2$  von (34).  $\square$

*Bemerkung 6.7* (Ökonomische Interpretation). Der Händler internalisiert die Retourenkosten ( $r + d$ ) über den Preisaufschlag und gibt gleichzeitig einen Teil des Nutzens  $\bar{U}$  über einen niedrigeren Basispreis zurück, da höheres  $\mu$  den effektiven Markt  $(1 - \mu)\bar{U}$  verkleinert. Im Netto steigt  $p^*$  mit  $\mu$  im relevanten Bereich (vgl. Satz 6.5).

## 6.5 Reduzierte Gewinnfunktion und Surplusfunktion

**Definition 6.8** (Surplusfunktion). Aus der FOC folgt die *Surplusfunktion*, die den Marktüberschuss als Funktion von  $\mu$  beschreibt:

$$\Phi(\mu) := [(1 - \mu)\bar{U} - c](1 - \mu) - d - \mu r = (\bar{U} - c)(1 - \mu) - (1 - \mu)^2\bar{U}\mu/(1 - \mu) - d - \mu r \quad (37)$$

Vereinfacht:  $\Phi(\mu) = (1 - \mu)(\bar{U} - c) - d - \mu r - (1 - \mu)\mu\bar{U}$ , bzw. in der kompakten Form aus Abschnitt 9:

$$\Psi(\mu) = \tilde{B} - \mu\tilde{A}, \quad \tilde{B} = \bar{U} - c - d, \quad \tilde{A} = \bar{U} - c + r + a \quad (38)$$

mit  $K_0^* = M\Psi^2/(4(1 - \mu)\bar{U})$  und  $N^* = \Psi/2$ .

Die reduzierte Gewinnfunktion (nach Einsetzen von  $p^*(\mu)$ ) lautet:

$$\Pi^*(\mu) = \frac{(1 + i)^3 \cdot M \cdot \Psi(\mu)^2}{4(1 - \mu)\bar{U} \cdot i \cdot (1 + i - \mu\sigma) \cdot (1 + i - 1/n - V\mu\gamma)} \quad (39)$$

## 6.6 Hauptsätze des endogenen Modells

**Satz 6.9** (Endogene Retourenquote übersteigt exogene). Für jedes fixe  $p_0$  mit  $\mu_{\text{exo}}^*(p_0) > 0$  gilt  $\mu_{\text{endo}}^* > \mu_{\text{exo}}^*(p_0)$ .

*Beweis (ökonomisch).* Bei fixem Preis trägt der Händler die vollen Retourenkosten einer  $\mu$ -Erhöhung. Bei endogenem Preis kann er die Mehrkosten teilweise durch höhere Preise refinanzieren ( $\partial p^*/\partial \mu > 0$ ). Formal folgt aus dem Envelope-Theorem, dass die Ableitung  $d\Pi^*/d\mu$  bei  $\mu_{\text{exo}}^*$  noch positiv ist, sodass das endogene Optimum weiter rechts liegt.

*Numerische Bestätigung:* In allen sechs getesteten Konfigurationen ( $\gamma \in \{0,5; 0,7; 1,0\}$ ,  $\delta \in \{0; 0,1\}$ ) ist  $\mu_{\text{endo}}^* > \mu_{\text{exo}}^*$  (vgl. Tabelle 3).  $\square$

**Satz 6.10** (Mismatch-Wahrscheinlichkeit erhöht optimale Retourenquote). *Im endogenen Modell gilt  $\partial\mu^*/\partial\mu > 0$  für  $\mu$  als Marktparameter: Riskantere Produkte (höheres  $\mu$ ) verdienen eine großzügigere Retourenpolitik.*

*Beweis (ökonomisch).* Höheres  $\mu$  verstärkt den Nachfrageeffekt der Retourenkulanz ( $\partial K_0/\partial\mu = Mp/((1-\mu)^2\bar{U}) > 0$ ). Der Händler kann diese Nachfragesteigerung durch den höheren Preis abschöpfen, sodass die Nettokosten der Kulanz sinken.

*Numerische Bestätigung:*  $\mu^*$  steigt monoton über Produktkategorien: Bücher ( $\mu \approx 5\%$ ) bis Luxury Fashion ( $\mu \approx 60\%$ ).  $\square$

## 6.7 Gewinnzerlegung: Der Paradigmenwechsel

**Satz 6.11** (Gewinnzerlegung). *Der Gesamtgewinnvorteil lässt sich zerlegen in:*

$$\underbrace{\Pi_{\text{endo}}^*(\mu) - \Pi(p_0, 0)}_{\text{Gesamt}} = \underbrace{\Pi(p_0, \mu) - \Pi(p_0, 0)}_{\text{Retentionseffekt}} + \underbrace{\Pi_{\text{endo}}^*(\mu) - \Pi(p_0, \mu)}_{\text{Preiseffekt}} \quad (40)$$

Table 2: Gewinnzerlegung bei  $\mu = 0,13$ ,  $\beta_{\text{endo}}^* = 0,437$  (Standardparameter)

Komponente	Betrag	Anteil
Retentions- und Nachfrageeffekt (Kundenbindung + Risikoreduktion bei $p = 50$ )	$\approx 102.000$ EUR	35 %
Preiseffekt (Preis Anpassung $p^* = 63,32$ )	$\approx 186.000$ EUR	65 %
<b>Gesamt</b>	$\approx 288.000$ EUR	100 %

*Bemerkung 6.12* (Paradigmenwechsel). Der Preiseffekt dominiert den kombinierten Retentions- und Nachfrageeffekt um den Faktor zwei. Retourenpolitik ist im endogenen Modell primär ein **Instrument der Preisdifferenzierung**: Großzügige Retouren reduzieren die Preiselastizität der Nachfrage und ermöglichen höhere Aufschläge. Der Retentionseffekt allein (ohne Nachfragereaktion) trägt nur etwa die Hälfte des kombinierten Effekts bei; die andere Hälfte stammt aus der höheren Nachfrage durch Risikoreduktion.

## 7 Kombiniertes Modell

### 7.1 Vollständige Gewinnfunktion

Das Gesamtmodell kombiniert alle drei Erweiterungen. Die reduzierte Gewinnfunktion nach Einsetzen von  $p^*(\beta)$  ist durch (39) gegeben. Die Optimierung über  $\beta$  erfolgt numerisch (Brent-Verfahren), da für  $\gamma < 1$  keine geschlossene Lösung existiert.

## 7.2 Ergebnisse

Table 3: Vergleich: Exogener vs. endogener Preis für verschiedene Konfigurationen

Modell	$\beta_{\text{exo}}^*$	$\Pi_{\text{exo}}$	$\beta_{\text{endo}}^*$	$p_{\text{endo}}^*$	$\Pi_{\text{endo}}$	$\Delta\Pi$
$\gamma = 1,0, \delta = 0$	0,268	1.104.364	0,437	63,32	1.290.574	+16,9 %
$\gamma = 0,7, \delta = 0$	0,297	1.254.114	0,443	63,50	1.485.858	+18,5 %
$\gamma = 0,5, \delta = 0$	0,303	1.431.818	0,436	63,29	1.695.608	+18,4 %
$\gamma = 1,0, \delta = 0,1$	0,228	1.071.110	0,383	61,90	1.212.740	+13,2 %
$\gamma = 0,5, \delta = 0,1$	0,277	1.379.126	0,394	62,18	1.591.573	+15,4 %
$\gamma = 0,5, \delta = 0,2$	0,253	1.335.481	0,357	61,30	1.511.766	+13,2 %

Table 4: Gesamtvergleich aller Modellvarianten (Standardparameter)

Strategie	$\beta^*$	$p^*$	$\Pi(\beta^*)$	$\Delta\Pi$
Naiv ( $p = 50, \beta = 0$ )	0 %	50,00	1.002.223	Basis
Exogen optimal ( $p = 50$ )	26,8 %	50,00	1.104.364	+10,2 %
Endogen linear ( $\gamma = 1, \delta = 0$ )	43,7 %	63,32	1.290.574	+28,8 %
Endogen konkav ( $\gamma = 0,5, \delta = 0$ )	43,6 %	63,29	1.695.608	+69,2 %
<b>Volles Modell</b> ( $\gamma = 0,5, \delta = 0,1$ )	<b>39,4 %</b>	<b>62,18</b>	<b>1.591.573</b>	<b>+58,8 %</b>

## 7.3 Interaktionseffekte

Die drei Erweiterungen interagieren systematisch:

- (a) **Depreziation  $\times$  endogener Preis:** Die Senkung von  $\beta^*$  durch Depreziation ist im endogenen Modell geringer als im exogenen, da der Preisaufschlag teilweise kompensiert.
- (b) **Konkavität  $\times$  endogener Preis:** Der Konkavitätseffekt auf  $\beta^*$  ist im endogenen Modell schwächer, da der Preiskanal eine zusätzliche Stellgröße liefert.
- (c) **Robustheit:** Die Rangfolge Endogen-konkav  $>$  Endogen-linear  $>$  Exogen-konkav  $>$  Exogen-linear  $>$  Naiv ist *invariant* über alle getesteten Parameterkombinationen.

## 7.4 Die vier Kanäle der Retourenpolitik

Das endogene Modell offenbart, dass  $\beta$  über vier distinkte Kanäle auf den Gewinn wirkt:

Table 5: Die vier Wirkungskanäle der Retourenquote

Kanal	Mechanismus	Vorzeichen	Stärke
Kostenkanal	$\beta \uparrow \Rightarrow$ mehr Retourenkosten	–	mittel
Nachfragekanal	$\beta \uparrow \Rightarrow$ Risikoreduktion $\Rightarrow$ mehr Kunden	+	mittel
Preiskanal	$\beta \uparrow \Rightarrow$ höherer optimaler Preis	+	<b>stark</b>
Retentionskanal	$\beta \uparrow \Rightarrow$ mehr Bestandskunden (CLV)	+	variabel

## 8 Erweiterung 4: Multiplikative Zahlungsbereitschaft

### 8.1 Mikrofundierung: Das individuelle Entscheidungsproblem

Die Nachfragefunktion in Abschnitt 6 modelliert den Effekt der Mismatch-Wahrscheinlichkeit auf die Zahlungsbereitschaft (WTP) als multiplikativen Risikoaufschlag:  $WTP_i = (1 - \mu) \cdot U_i$ . Dies impliziert einen marginalen Nachfrageeffekt  $\partial K_0 / \partial \mu > 0$ . Empirisch ist ein *abnehmender* Grenzeffekt plausibel: Der Wechsel von keiner zu moderater Retourenkulanz hat einen drastisch größeren Nachfrageeffekt als die Erhöhung einer bereits großzügigen Politik (vgl. Bower/Maxham, 2012).

**Annahme 8** (Individuelle Kaufentscheidung unter Unsicherheit). Konsument  $i$  hat einen idiosynkratischen Gebrauchsnutzen  $U_i \sim U[0, \bar{U}]$  für das Produkt. Beim Kauf realisiert er diesen Nutzen mit Wahrscheinlichkeit  $(1 - \beta)$  (Produkt passt). Mit Wahrscheinlichkeit  $\beta$  passt das Produkt nicht und wird retourniert. Der erwartete Nettonutzen aus dem Kauf bei kostenloser Retoure beträgt:

$$E[U_{\text{Kauf}}] = (1 - \beta) \cdot U_i - p \quad (41)$$

Die Kaufbedingung  $E[U_{\text{Kauf}}] \geq 0$  liefert  $U_i \geq p/(1 - \beta)$ : Konsumenten brauchen einen *höheren* Basisnutzen, um bei höherer Unsicherheit zu kaufen.

### 8.2 Multiplikative Spezifikation

**Annahme 9** (Endowment-verstärkte WTP). Die Zahlungsbereitschaft eines Konsumenten wird durch die Retourenkulanz multiplikativ verstärkt:

$$WTP_i(\beta) = U_i \cdot (1 + \theta\beta), \quad \theta > 0 \quad (42)$$

Dabei ist  $\theta$  der *Endowment-Verstärkungsparameter*: Großzügige Retourenpolitiken erhöhen die Wahrscheinlichkeit, dass Konsumenten das Produkt ausprobieren, es in Besitz nehmen und über den Endowment-Effekt (Kahneman/Knetsch/Thaler, 1990) eine höhere Wertschätzung entwickeln.

Die Kaufbedingung wird zu  $U_i(1 + \theta\beta) \geq p$ , also:

$$U_{\min} = \frac{p}{1 + \theta\beta} \quad (43)$$

Die Nachfragefunktion und ihre Ableitung lauten:

$$K_0^\theta(p, \beta) = M \cdot \left(1 - \frac{p}{(1 + \theta\beta)\bar{U}}\right) \quad (44)$$

$$\frac{\partial K_0^\theta}{\partial \beta} = \frac{Mp\theta}{(1 + \theta\beta)^2 \bar{U}} \quad (45)$$

**Lemma 8.1** (Abnehmende Grenzerträge im Nachfragekanal).  $\partial^2 K_0^\theta / \partial \beta^2 < 0$  für alle  $\beta \geq 0$ : Der marginale Nachfrageeffekt der Retourenkulanz ist streng fallend.

*Proof.*  $\partial^2 K_0^\theta / \partial \beta^2 = -2Mp\theta^2 / [(1 + \theta\beta)^3 \bar{U}] < 0$ . □

*Bemerkung 8.2* (Vergleich mit der Risikoprämien-Spezifikation). Die  $\mu$ -Spezifikation (Abschnitt 6) hat  $\partial^2 K_0 / \partial \mu^2 > 0$  (konvexe Nachfrage in  $\mu$ ). Die multiplikative  $\theta$ -Spezifikation erzeugt natürliche Konkavität im Nachfragekanal, analog zur  $\gamma$ -Konkavität im Retentionskanal. Für  $\theta = 0$  reduziert sich das Modell auf den exogenen Fall mit fixem  $K_0$ .

### 8.3 Geschlossene Preisformel

**Satz 8.3** (Optimaler Preis bei multiplikativer WTP). *Der gewinnmaximierende Preis für gegebenes  $\beta$  lautet:*

$$p^{*,\theta}(\beta) = \frac{c + (1 + \theta\beta)\bar{U}}{2} + \frac{d + \beta r}{2(1 - \beta)} \quad (46)$$

*Proof.* Die Herleitung verläuft analog zu Satz 6.4. Die FOC  $\partial\Pi/\partial p = 0$  ergibt mit  $\partial K_0^\theta/\partial p = -M/[(1 + \theta\beta)\bar{U}]$  und  $\partial N/\partial p = (1 - \beta)$ :

$$-\frac{M}{(1 + \theta\beta)\bar{U}} \cdot N + K_0^\theta \cdot (1 - \beta) = 0$$

$$N = K_0^\theta \cdot (1 - \beta) \cdot \frac{(1 + \theta\beta)\bar{U}}{M} = (1 - \beta)[(1 + \theta\beta)\bar{U} - p]$$

Gleichsetzen mit  $N = (1 - \beta)p - (1 - \beta)c - d - \beta r$  und Auflösen nach  $p$  liefert (46).  $\square$

**Korollar 8.4** (WTP-getriebener Preisaufschlag). *Im Vergleich zum Basispreis  $p^*(0) = (c + \bar{U})/2 + d/2$  beträgt der  $\beta$ -getriebene Aufschlag:*

$$\Delta p^\theta(\beta) = \frac{\theta\beta\bar{U}}{2} + \frac{\beta(r + d)}{2(1 - \beta)} \quad (47)$$

*Der erste Term ( $\theta\beta\bar{U}/2$ ) ist der WTP-getriebene Aufschlag: Der Händler internalisiert die Hälfte der durch Retourenkulanz erhöhten Zahlungsbereitschaft. Der zweite Term ist der kostengetriebene Aufschlag wie in Satz 6.6.*

### 8.4 Reduzierte Gewinnfunktion

**Definition 8.5** (Modifizierte Surplusfunktion).

$$\Phi^\theta(\beta) := (1 + \theta\beta)\bar{U}(1 - \beta) - (1 - \beta)c - d - \beta r - (1 - \beta)p^{*,\theta} \quad (48)$$

Nach Vereinfachung:  $\Phi^\theta(\beta) = [(1 + \theta\beta)\bar{U} - c](1 - \beta) - d - \beta r - [(1 + \theta\beta)\bar{U} - c](1 - \beta)/2 - (d + \beta r)/2$ , sodass:

$$\Phi^\theta = \frac{1}{2} [((1 + \theta\beta)\bar{U} - c)(1 - \beta) - d - \beta r] \quad (49)$$

Die reduzierte Gewinnfunktion lautet:

$$\Pi^{*,\theta}(\beta) = \frac{(1 + i)^3 \cdot M \cdot [\Phi^\theta(\beta)]^2}{(1 + \theta\beta)\bar{U}(1 - \beta) \cdot i \cdot (1 + i - \beta\sigma) \cdot (1 + i - 1/n - V\beta\gamma)} \quad (50)$$

## 8.5 Natürliche Segmentierung und Vergleich

**Satz 8.6** (Multiplikative WTP erhöht  $\beta^*$  und erzeugt natürliche Segmentierung). Für  $\theta > 0$  gilt:

- (a)  $\beta^{*,\theta} > \beta^{*,\theta=0}$ : Der WTP-Effekt erhöht die optimale Retourenquote.
- (b) Kunden mit hohem  $U_i$  profitieren überproportional von der Retourenkulanz:  $\partial WTP/\partial \beta = U_i \theta$  steigt in  $U_i$ .
- (c) Für  $\theta = 0$  reduziert sich das Modell auf den exogenen Fall.

*Proof.* (a) Folgt aus dem Envelope-Theorem:  $d\Pi^{*,\theta}/d\beta|_{\beta^*,0}$  ist positiv für  $\theta > 0$ , da  $\partial K_0^\theta/\partial \beta > 0$  einen zusätzlichen positiven Kanal öffnet. (b) Direkte Differentiation von (42). (c) Für  $\theta = 0$ :  $(1+0)\bar{U} = \bar{U}$  und die Nachfrage ist  $\beta$ -unabhängig.  $\square$

Table 6: Multiplikative WTP: Ergebnisse für verschiedene  $\theta$  (Standardparameter,  $V = 0,4$ ,  $\gamma = 1$ )

$\theta$	$\beta^*$	$p^*$	$\Pi^*$	WTP-Aufschlag
0 (Basis)	26,8 %	50,00	1.104.364	0 EUR
0,05	38,0 %	67,43	1.792.887	0,9 EUR
0,10	41,8 %	69,26	1.862.715	2,1 EUR
0,15	45,1 %	71,21	1.940.868	3,4 EUR
0,20	47,8 %	73,25	2.026.557	4,8 EUR
0,30	52,4 %	77,51	2.217.999	7,9 EUR

*Bemerkung 8.7* (Verbindung der Konkavitätskanäle). Das  $\gamma$ -Modell (Abschnitt 5) erzeugt Konkavität im *Retentionskanal*:  $\alpha''(\beta) < 0$ . Das  $\theta$ -Modell erzeugt Konkavität im *Nachfragekanal*:  $\partial^2 K_0^\theta/\partial \beta^2 < 0$ . Beide Mechanismen sind empirisch durch denselben verhaltensökonomischen Effekt motiviert – den Endowment-Effekt (Wood, 2009) – wirken aber auf unterschiedliche Stellhebel der Gewinnfunktion. In Kombination verstärken sie die Existenzaussage: Selbst bei  $V = 0$  und  $\theta > 0$  existiert ein inneres Optimum  $\beta^* > 0$ , getrieben allein durch den Nachfragekanal.

## 9 Erweiterung 5: Retourengebühr als drittes Instrument

### 9.1 Motivation und Modellstruktur

Die Erweiterungen 3 und 4 modellieren die Nachfragewirkung der Retourenpolitik über die Mismatch-Wahrscheinlichkeit  $\mu$ . In der Praxis steuern Händler das Kaufrisiko jedoch über ein *drittes* Instrument neben Retourenkulanz  $V$  und Preis  $p$ : die *Retourengebühr*  $f \geq 0$  (in EUR), die der Konsument bei Rückgabe trägt. ASOS (2026) implementiert dreistufige Gebühren nach individueller Retourenquote ( $f \in \{0; 3,95; 7,90\}$  GBP); Inditex differenziert nach Retourenkanal (kostenlos in-store,  $f = 4,95$  EUR Post).<sup>25</sup>

<sup>25</sup>Vgl. TheIndustry.fashion (2026); RetailDetail (2025).

*Bemerkung 9.1* (Modellierung der Gebühr als absoluter Betrag). Die Retourengebühr wird als *fester Betrag*  $f$  in EUR modelliert, nicht als Bruchteil des Preises. Dies entspricht der vorherrschenden Praxis: ASOS, Zara, H&M und Uniqlo verwenden preisunabhängige Pauschalgebühren. Eine alternative Modellierung als prozentualer Preisabzug  $\hat{f} \cdot p$  (wie bei Restocking-Fees in den USA üblich) führt zu einer qualitativ identischen Redundanzstruktur (vgl. Bemerkung 9.10), ist aber praxisferner für den europäischen E-Commerce.

Die Einführung von  $f$  erfordert eine zweistufige Konsumentenentscheidung, die die Mikrofundierung aus Abschnitt 6.1 operationalisiert.

**Annahme 10** (Zweistufige Konsumentenentscheidung).

- (a) *Kaufentscheidung* (ex ante): Konsument  $i$  kauft, wenn  $E[U_i^{\text{Kauf}}] \geq 0$ .
- (b) *Retourenentscheidung* (ex post, bei Mismatch): Konsument retourniert, wenn die Nettoerstattung den Restwert des Produktes übersteigt:  $p - f - a > U^{\text{low}}$ .

## 9.2 Effektive Retourenquote

**Definition 9.2** (Effektive Retourenquote). Mit Mismatch-Wahrscheinlichkeit  $\mu$  und bedingter Retourenwahrscheinlichkeit  $q(f, p) = \mathbf{1}[p - f - a > U^{\text{low}}]$  ist die effektive Retourenquote:

$$\beta_{\text{eff}}(f, p) = \mu \cdot q(f, p) \quad (51)$$

Für  $a = 0$  und  $f = 0$  gilt  $q = 1$  und  $\beta_{\text{eff}} = \mu$ : Bei kostenloser Vollerstattung wird jeder Mismatch retourniert. Für  $f > p - a - U^{\text{low}}$  gilt  $q = 0$  und  $\beta_{\text{eff}} = 0$ : Zu hohe Gebühren verhindern alle Retouren.

## 9.3 Kundenseitige Kosten: Drei Effekte

Die Retourengebühr  $f$  hat drei simultane Wirkungen auf den Händlergewinn:

**Satz 9.3** (Dreifachwirkung der Retourengebühr).

- (i) Nachfragedämpfung: *Höheres  $f$  senkt  $E[U^{\text{Kauf}}]$  und damit  $K_0$ . Formal:  $\partial K_0 / \partial f < 0$ .*
- (ii) Retourenreduktion: *Höheres  $f$  kann  $q$  von 1 auf 0 kippen, sodass  $\beta_{\text{eff}}$  sinkt. Die händlerseitigen Retourenkosten  $r$  fallen weg.*
- (iii) Retourenrlös: *Jede tatsächliche Retoure generiert einen Erlös  $f$  für den Händler (der Konsument erhält  $p - f$  statt  $p$  zurück).*

*Proof.* (i) Der erwartete Nutzen (29) enthält den Term  $\mu q(p - f - a)$ , der in  $f$  fällt. Somit steigt  $U_{\text{min}}$  und  $K_0 = M(1 - U_{\text{min}}/\bar{U})$  sinkt. (ii)  $q = \mathbf{1}[p - f - a > U^{\text{low}}]$  ist schwach fallend in  $f$ . (iii) Bei Retoure behält der Händler den Differenzbetrag  $f$ .  $\square$

*Bemerkung 9.4* (Hassle vs. Gebühr). Kundenseitige Retourenkosten zerfallen in *Hassle*  $a$  (Zeitaufwand, Verpackung – fließt an *niemanden*, Deadweight Loss) und *Gebühr*  $f$  (fließt an den Händler). Bei identischer Retourenreduktion ist die Gebühr strikt Pareto-überlegen: Sie erzeugt denselben Abschreckungseffekt, generiert aber zusätzlich Erlös statt Wohlfahrtsverlust. In der Praxis ist  $a$  jedoch teilweise vom Händler steuerbar (Retourenfrist, Label, Abholservice); die Zerlegung  $a = a_{\text{exo}} + a_{\text{pol}}$  wird in Abschnitt 9.7 analysiert.

## 9.4 Gewinnfunktion mit Retourengebühr

Der Händlergewinn pro Kundenperiode bei Retourengebühr  $f$  lautet:

$$db^f = \underbrace{(1 - \mu)(p - c - d)}_{\text{behaltene Einheiten}} + \underbrace{\mu \cdot (f - r - d)}_{\text{retournierte Einheiten}} \quad (52)$$

Bei Retoure nimmt der Händler den Kaufpreis  $p$  ein, erstattet  $p - f$  zurück und behält somit  $f$ . Abzüglich der Retourenkosten  $r + d$  ergibt sich der Nettobeitrag  $f - r - d$  pro retournierter Einheit.

Zusammenfassen:

$$db^f = (1 - \mu)p - (1 - \mu)c - d - \mu r + \mu f \quad (53)$$

Die Mehrperioden-Gewinnfunktion mit Retourengebühr lautet (analog zu Satz 3.4):

$$\Pi^f = \frac{K_0^f \cdot (1 + i)^3 \cdot db^f}{i \cdot (1 + i - \mu\sigma) \cdot (1 + i - 1/n - V\mu^\gamma)} \quad (54)$$

wobei  $K_0^f$  die Nachfrage unter Berücksichtigung der antizipierten Gebühr ist.

## 9.5 Optimierungsproblem und Dimensionsreduktion

Der Händler optimiert simultan über drei Instrumente:

$$\max_{p, \mu, f} \Pi^f(p, \mu, f) \quad \text{s. t.} \quad p > c + d, \quad \mu \in [0, 1], \quad f \in [0, f_{\max}] \quad (55)$$

Dabei ist  $\mu$  die vom Händler gewählte Mismatch-Toleranz und  $f$  die Retourengebühr in EUR. Die obere Schranke  $f_{\max} = p - a - U^{\text{low}}$  ergibt sich aus der Bedingung  $q = 1$ .

**Definition 9.5** (Kundenkosten-Komposit). Der *Kundenkosten-Komposit* fasst Preis und Gebühr zu einer einzigen Größe zusammen:

$$\xi := (1 - \mu) \cdot p + \mu \cdot (f + a) \quad (56)$$

$\xi$  ist der *erwartete Nettobetrag*, den der Konsument bei Kauf und eventuellem Retourenaufwand aufwendet: Mit Wahrscheinlichkeit  $(1 - \mu)$  zahlt er  $p$  (Produkt passt), mit Wahrscheinlichkeit  $\mu$  verliert er  $f + a$  (Gebühr plus Hassle bei Retoure).

Die Nachfrage und der Deckungsbeitrag lassen sich als Funktionen von  $\xi$  und  $\mu$  schreiben:

$$K_0 = \frac{M[(1 - \mu)\bar{U} - \xi]}{(1 - \mu)\bar{U}} \quad (57)$$

$$db^f = \xi - \mu a - (1 - \mu)c - d - \mu r \quad (58)$$

Entscheidend ist:  $K_0$  und  $db^f$  hängen von  $p$  und  $f$  *ausschließlich über den Komposit*  $\xi$  ab. Der CLV-Faktor hängt nur von  $\mu$  ab. Daraus folgen die drei Hauptsätze dieses Abschnitts.

**Satz 9.6** (Geschlossener Kundenkosten-Komposit  $\xi^*$ ). Für gegebenes  $\mu$  ist der gewinnmaximierende Komposit:

$$\xi^*(\mu) = \frac{(1 - \mu)(\bar{U} + c) + d + \mu(r + a)}{2} \quad (59)$$

*Proof.* Der Gewinn ist proportional zu  $K_0 \cdot db^f = \frac{M}{(1-\mu)\bar{U}} \cdot [(1 - \mu)\bar{U} - \xi] \cdot [\xi - B_\xi]$  mit  $B_\xi = \mu a + (1 - \mu)c + d + \mu r$ . Dies ist quadratisch in  $\xi$  mit negativem Führungskoeffizienten und Maximum bei  $\xi^* = [(1 - \mu)\bar{U} + B_\xi]/2$ .  $\square$

**Satz 9.7** (Redundanz von  $(p, f)$ ). Die FOCs  $\partial\Pi/\partial p = 0$  und  $\partial\Pi/\partial f = 0$  sind linear abhängig. Jedes Paar  $(p, f)$  mit

$$(1 - \mu) \cdot p + \mu \cdot f = \xi^* - \mu a \quad (60)$$

und  $f \in [0, f_{\max}]$  ist gleichermaßen optimal. Die Aufteilung der erwarteten Kundenbelastung  $\xi^*$  in Basispreis und Gebühr ist ökonomisch indifferent.

*Proof.* Da  $\Pi = \frac{(1+i)^3}{i \cdot g_2 \cdot g_3} \cdot K_0(\xi, \mu) \cdot db^f(\xi, \mu)$  mit  $g_2, g_3$  unabhängig von  $p, f$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial\Pi}{\partial p} &\propto \frac{\partial\Pi}{\partial\xi} \cdot \underbrace{\frac{\partial\xi}{\partial p}}_{=1-\mu} \\ \frac{\partial\Pi}{\partial f} &\propto \frac{\partial\Pi}{\partial\xi} \cdot \underbrace{\frac{\partial\xi}{\partial f}}_{=\mu} \end{aligned}$$

Beide Ausdrücke sind genau dann null, wenn  $\partial\Pi/\partial\xi = 0$ , also  $\xi = \xi^*$ . Da  $(1 - \mu) > 0$  und  $\mu > 0$ , sind die beiden FOCs linear abhängig.  $\square$

**Korollar 9.8** (Spezialfälle).

- $f = 0$ :  $p^* = (\xi^* - \mu a)/(1 - \mu)$ . Der gesamte Surplus wird über den Basispreis extrahiert.
- $p$  fix:  $f^* = (\xi^* - \mu a - (1 - \mu)p)/\mu$ . Die Gebühr kompensiert einen zu niedrigen (oder hohen) Basispreis.

*Bemerkung 9.9* (Ökonomische Interpretation der Redundanz). Dem rationalen Konsumenten ist es bei gegebenem  $\mu^* = 24,4\%$  indifferent, ob er  $p = 64,12$  EUR zahlt und bei Retoure nichts verliert ( $f = 0$ ), oder  $p = 61,53$  EUR zahlt und eine Gebühr von  $f = 8$  EUR riskiert. In beiden Fällen beträgt der erwartete Nettobetrag:

$$\xi^* = 0,756 \cdot 64,12 + 0,244 \cdot 3 = 0,756 \cdot 61,53 + 0,244 \cdot 11 = 49,19$$

Verschiedene Händlerstrategien (Amazon: hohes  $p$ ,  $f = 0$ ; ASOS: niedrigeres  $p$ ,  $f = 3,95$  GBP; Zalando: mittleres  $p$ ,  $f \approx 0$ ) können alle gleich profitabel sein, wenn sie denselben  $\xi^*$  implementieren. Die Redundanz bricht erst bei segmentspezifischen Gebühren (vgl. Bemerkung 9.14).

*Bemerkung 9.10* (Alternative Modellierung: prozentuale Gebühr). Definiert man die Gebühr stattdessen als Anteil des Preises ( $\hat{f} \in [0, 1]$ , Erstattung =  $(1 - \hat{f})p$ ), ändert sich der Komposit zu  $\xi = p(1 - \mu + \mu\hat{f}) + \mu a$ , und die Linie (60) wird zu  $p(1 - \mu + \mu\hat{f}) = \xi^* - \mu a$ . Die Redundanz und die  $\xi^*$ -Formel bleiben strukturidentisch; der Surplus  $\Psi$  ist in beiden Fällen  $f$ -unabhängig.

Prozentuale Gebühren (“Restocking Fees”, 10–25 %) sind in den USA verbreitet, in Europa dominieren absolute Pauschalen.

## 9.6 Optimale Mismatch-Toleranz: Kubische Gleichung

Durch Einsetzen von  $\xi^*(\mu)$  in die Gewinnfunktion reduziert sich das 3D-Problem auf ein 1D-Problem in  $\mu$ :

$$\Pi^*(\mu) \propto \frac{\Psi(\mu)^2}{(1-\mu) \cdot (1+i-\mu\sigma) \cdot (1+i-1/n-V\mu^\gamma)} \quad (61)$$

mit der *modifizierten Surplusfunktion*:

$$\Psi(\mu) = \tilde{B} - \mu\tilde{A}, \quad \tilde{B} = \bar{U} - c - d, \quad \tilde{A} = \bar{U} - c + r + a \quad (62)$$

Die Struktur  $\Psi = \tilde{B} - \mu\tilde{A}$  ist identisch zur Grundmodell-Marge  $N = B - \beta A$ , die Bezeichnungen  $(\tilde{A}, \tilde{B})$  sind bewusst analog gewählt. Entscheidend:  $\Psi$  enthält weder  $f$  noch  $p$  – der Surplus hängt *nur* von der Mismatch-Toleranz  $\mu$  und den Kostenparametern ab. Dies erklärt die  $(p, f)$ -Redundanz auf tieferer Ebene.

**Satz 9.11** (FOC für  $\mu^*$  ist kubisch). *Die logarithmische FOC  $d[\ln \Pi^*]/d\mu = 0$  lautet (für  $\gamma = 1$ ):*

$$\frac{-2\tilde{A}}{\Psi} + \frac{1}{1-\mu} + \frac{1}{1+i-\mu} + \frac{V}{1+i-1/n-V\mu} = 0 \quad (63)$$

*Multiplikation mit  $\Psi \cdot (1-\mu)(1+i-\mu)(1+i-1/n-V\mu)$  liefert eine kubische Gleichung in  $\mu$ .*

*Proof.*  $\ln \Pi^* = 2 \ln \Psi - \ln(1-\mu) - \ln(1+i-\mu\sigma) - \ln(1+i-1/n-V\mu^\gamma) + \text{const.}$  Differentiation nach  $\mu$  und Nullsetzen liefert (63). Die Multiplikation erzeugt links einen Term vom Grad  $1 \times 3 = 3$  und rechts Terme vom Grad  $1 \times 2 = 3$ . Die höchste Potenz ist somit  $\mu^3$ .  $\square$

*Bemerkung 9.12* (Vergleich mit dem Grundmodell). Im Grundmodell ist die FOC für  $\beta^*$  *quadratisch* (zwei Nennerterme  $\rightarrow$  Grad 2), was die geschlossene Lösung  $\beta^* = (B - \sqrt{CF})/A$  ermöglicht. Im  $\mu$ -Modell erzeugt der zusätzliche Faktor  $(1-\mu)$  im Nenner – stammend aus der endogenen Nachfrage  $K_0 \propto \Psi^2/[(1-\mu)\bar{U}]$  – einen dritten Nennerterm und erhöht den Grad auf 3. Die Cardano-Formel liefert zwar eine geschlossene Darstellung, diese ist jedoch nicht handlicher als die numerische Lösung.

*Numerische Lösung für die Standardparameter ( $\bar{U} = 100, c = 20, d = 5, r = 8, a = 3, i = 0,05, n = 2, V = 0,4$ ):*

Die kubische Gleichung  $-36,4\mu^3 + 90,0\mu^2 - 64,7\mu + 11,0 = 0$  hat eine Wurzel in  $(0, 1)$ :

$$\mu^* = 24,4\%, \quad \xi^* = 49,19, \quad p^*|_{f=0} = 64,12 \text{ EUR}$$

Table 7: Verifikation der  $(p, f)$ -Redundanz: Gewinn ist invariant über  $f$  (Standardparameter,  $\mu^* = 24,4\%$ )

$f$ (EUR)	$p^*$ (EUR)	$\xi$	$\Pi^*$
0	64,12	49,19	1.672.133
3	63,15	49,19	1.672.133
5	62,50	49,19	1.672.133
8	61,53	49,19	1.672.133

**Korollar 9.13** (Vollständige Lösung des 3D-Problems). *Das dreidimensionale Optimierungsproblem (55) löst sich in drei Schritten:*

(i)  $\mu^*$  aus der kubischen Gleichung (numerisch, eindeutig in  $(0, 1)$ ).

(ii)  $\xi^*(\mu^*)$  aus der geschlossenen Formel (59).

(iii)  $p^*(f) = [\xi^* - \mu^*(f + a)] / (1 - \mu^*)$  für beliebiges  $f \in [0, f_{\max}]$ .

Das 3D-Problem reduziert sich auf ein 1D-Problem in  $\mu$ .

*Bemerkung 9.14* (Segmentierte Gebühren als Preisdiskriminierung). Die Redundanz von  $(p, f)$  bricht, wenn verschiedene Kundensegmente *unterschiedliche* Mismatch-Wahrscheinlichkeiten  $\mu_s$  haben und der Händler segmentspezifische Gebühren  $f_s$  setzen kann, während der Basispreis  $p$  einheitlich bleibt. Dann ist  $f_s$  ein Instrument der *Preisdiskriminierung dritten Grades* über das Merkmal Retourenverhalten.

## 9.7 Stetiges Retourenmodell: $\beta$ als Ergebnis der Politik

Die bisherigen Abschnitte nehmen eine binäre Retourenentscheidung ( $q \in \{0, 1\}$ ) an. In der Realität variiert der Restwert nicht-passender Ware über Kunden (“sitzt nicht perfekt, aber tragbar” vs. “komplett falsch”). Außerdem ist der kundenseitige Aufwand  $a$  teilweise vom Händler steuerbar. Dieser Abschnitt entwickelt das *stetige* Retourenmodell, das alle bisherigen Ergebnisse als Spezialfälle enthält.

### 9.7.1 Zerlegung des kundenseitigen Aufwands

**Definition 9.15** (Endogenes Hassle).

$$a = \underbrace{a_{\text{exo}}}_{\geq 0} + \underbrace{a_{\text{pol}}}_{\in [-a_{\text{exo}}, \infty)} \quad (64)$$

- $a_{\text{exo}} \geq 0$ : Unvermeidbarer Basisaufwand (Entscheidungszeit, physisches Handling).
- $a_{\text{pol}} > 0$  (*Friction*): Vom Händler erhöhte Reibung (kurze Frist, kein Label, Originalverpackung). Fließt an *niemanden* (Deadweight Loss). Kosten für den Händler:  $\kappa = 0$ .
- $a_{\text{pol}} < 0$  (*Convenience*): Vom Händler reduzierte Reibung (längere Frist, vereinfachter Prozess, mehr Abgabestellen, Abholservice). Kosten für den Händler:  $\kappa = |a_{\text{pol}}| \cdot \kappa_r > 0$  pro Retoure.

Die Asymmetrie ist entscheidend: Friction ist kostenlos (Deadweight Loss), Convenience kostet den Händler (Investition in Kundenerfahrung).

Die Gewinnfunktion mit endogenem Hassle lautet:

$$db = (1 - \beta)(p - c - d) + \beta(f - r - d) - \mu \cdot \kappa_r \cdot \max(0, -a_{\text{pol}}) \quad (65)$$

Der entscheidende Punkt:  $a_{\text{pol}}$  wirkt über die *Retourenschwelle*  $\tau$  auf die effektive Retourenquote  $\beta_{\text{eff}}$ . Der Händler steuert  $\beta$  nicht direkt, sondern indirekt über die drei Instrumente  $V$  (Retourenkulanz, Bemerkung 3.14),  $p$  (Preis) und  $f$  (Gebühr), ergänzt um die Hassle-Steuerung  $a_{\text{pol}}$ . Damit vollendet sich der Übergang von  $\beta$  als Entscheidungsvariable (Grundmodell) zu  $\beta$  als *Gleichgewichtsergebnis*.

### 9.7.2 Heterogener Restwert und stetige Retourenentscheidung

**Annahme 11** (Heterogener Restwert). Der Restwert nicht-passender Ware ist über Kunden gleichverteilt:  $U^{\text{low}} \sim U[0, L]$ . Ein Mismatch-Kunde retourniert, wenn die Nettoerstattung den Restwert übersteigt:

$$q = \frac{\tau}{L}, \quad \tau := p - f - a, \quad \beta_{\text{eff}} = \frac{\mu\tau}{L} \quad (66)$$

Der *erwartete Nutzen* des Konsumenten berücksichtigt die *Option*, bei Mismatch den besseren Ausgang zu wählen:

$$E[U_i^{\text{Kauf}}] = (1 - \mu) \cdot U_i + \mu \cdot \underbrace{E[\max(U^{\text{low}}, \tau)]}_{=\tau^2/(2L)+L/2} - p \quad (67)$$

Der Term  $E[\max(U^{\text{low}}, \tau)]$  ist der *Optionswert der Retourenmöglichkeit*: Er steigt konvex in  $\tau$ , weil eine großzügigere Retourenpolitik die schlechten Ausgänge eliminiert, während die guten Ausgänge (Kunde behält,  $U^{\text{low}} > \tau$ ) unberührt bleiben.

*Bemerkung 9.16* (Vereinheitlichung der Nachfragemodelle). Der Optionswert  $E[\max(U^{\text{low}}, \tau)]$  ist die **Mikrofundierung** für die Nachfrageeffekte der Retourenpolitik, die in den Erweiterungen 3 und 4 in reduzierter Form modelliert werden:

- *Nachfrage bei kostenloser Retoure* (Abschnitt 6.2): Für  $q \approx 1$  und  $f = a = 0$  gilt  $E[U] \approx (1 - \mu)(U_i - p)$ , also  $U_i \geq p/(1 - \mu)$ . Die Mismatch-Wahrscheinlichkeit  $\mu$  wirkt als multiplikativer Risikoaufschlag auf die Kaufschwelle – eine Linearisierung des Optionswerts.
- *Multiplikative WTP*  $\theta$  (Abschnitt 8): Der Ansatz  $\text{WTP}_i(\beta) = U_i \cdot (1 + \theta\beta)$  erfasst denselben ökonomischen Effekt – eine großzügigere Retourenpolitik erhöht die Zahlungsbereitschaft – als multiplikative Skalierung. Die stetige Retourenentscheidung liefert die strukturelle Erklärung: Der Optionswert  $\tau^2/(2L)$  wächst konvex in der Kulanz und erhöht die effektive WTP überproportional.

Alle drei Spezifikationen (Risikoprämie, multiplikative WTP, Optionswert) sind Varianten desselben Mechanismus. Das stetige Modell ist die allgemeinste Form und liefert die Mikrofundierung für die reduzierten Formen.

### 9.7.3 Hauptsätze

**Satz 9.17** (Gebühr dominiert Friction strikt). *Für jede Politik  $(p, f, a_{\text{pol}})$  mit  $a_{\text{pol}} > 0$  existiert eine Politik  $(p, f + a_{\text{pol}}, 0)$  mit **gleichem**  $\beta_{\text{eff}}$  und **höherem** Gewinn. Daher gilt  $a_{\text{pol}}^* \leq 0$ .*

*Proof.* Setze  $f' = f + a_{\text{pol}}$  und  $a'_{\text{pol}} = 0$ . Dann ist  $\tau' = p - f' - a_{\text{exo}} = \tau$ , also  $\beta' = \beta$  und  $K'_0 = K_0$ . Der Deckungsbeitrag steigt:

$$db' = (1 - \beta)(p - c - d) + \beta \cdot (f + a_{\text{pol}} - r - d) > (1 - \beta)(p - c - d) + \beta(f - r - d) = db$$

Gleiches  $\beta$ , gleiche Nachfrage, höherer Deckungsbeitrag.  $\square$

*Bemerkung 9.18* (Verhaltensökonomische Einschränkung). Die Dominanz von  $f$  über  $a_{\text{pol}} > 0$  gilt im rationalen Modell. In der Praxis können Gebühren die Kundenbindung *überproportional* schädigen: Ein EUR Gebühr wird als “Bestrafung” wahrgenommen und kann stärkere Loyalitätseinbußen verursachen als ein EUR Hassle, der als normaler Aufwand akzeptiert wird (Fairness-Normen, Verlustaversion). Diese verhaltensökonomische Asymmetrie kann die Dominanz umkehren, wird hier aber nicht formal modelliert.<sup>26</sup>

**Satz 9.19** (Optimales  $a_{\text{pol}}$ : Trade-off zwischen Nachfrage und Kosten). *Das optimale  $a_{\text{pol}}^*$  balanciert den marginalen Nachfragegewinn gegen die marginalen Convenience-Kosten:*

- (a) *Friction ( $a_{\text{pol}} > 0$ ) ist nie optimal: Es existiert stets eine dominierende Politik mit  $f' = f + a_{\text{pol}}$ ,  $a'_{\text{pol}} = 0$  (Satz 9.17).*
- (b) *Convenience ( $a_{\text{pol}} < 0$ ) ist optimal, wenn der marginale Nachfragegewinn die marginalen Kosten  $\kappa_r$  übersteigt. Für  $\kappa_r = 0$ :  $a_{\text{pol}}^* = -a_{\text{exo}}$ . Für  $\kappa_r > 0$ :  $a_{\text{pol}}^* \in (-a_{\text{exo}}, 0)$  (moderate Convenience).*

*Proof.* (a) folgt aus Satz 9.17. (b) Für  $a_{\text{pol}} < 0$  steigt der Gewinn über  $\tau \uparrow$  (Nachfrageeffekt), fällt aber über  $\kappa \uparrow$  (Kosteneffekt). Die FOC  $\partial\Pi/\partial a_{\text{pol}} = 0$  liefert den inneren Trade-off. Für  $\kappa_r = 0$  dominiert der Nachfrageeffekt bis  $a = 0$ .  $\square$

Nach Optimierung von  $a_{\text{pol}}$  verbleiben die zwei Hauptinstrumente  $(p, f)$ . Die Retourenquote  $\beta_{\text{eff}} = \mu(p - f - a^*)/L$  wird durch deren Wahl endogen bestimmt.

**Satz 9.20** (Zwei Regime der optimalen Politik). *Sei  $\tau^* = p^* - f^*$  die optimale Retourenschwelle (bei  $a = 0$ ). Es existieren zwei Regime:*

- (a) **Volles Retourenregime** ( $L \leq \tau^*$ ):  $q^* = 1$ ,  $\beta_{\text{eff}}^* = \mu$ . *Alle Mismatch-Kunden retournieren. Die  $(p, f)$ -Redundanz hält.*
- (b) **Selektives Retourenregime** ( $L > \tau^*$ ):  $q^* < 1$ ,  $\beta_{\text{eff}}^* < \mu$ . *Der Händler lässt bewusst einen Anteil  $(1 - q^*)$  der Mismatch-Kunden das Produkt behalten.  $p^*$  und  $f^*$  sind eindeutig bestimmt; die  $(p, f)$ -Redundanz **bricht**.*

*Proof.* (a) Für  $L \leq \tau$  ist  $q = 1$ , und die Nachfrage hängt nur vom Komposit  $\xi = (1 - \mu)p + \mu f$  ab.

(b) Für  $L > \tau^*$  hängt die Nachfrage über  $\tau^2/(2L)$  *quadratisch* von  $\tau = p - f$  ab. Da  $p$  und  $f$  gegenläufig auf  $\tau$  wirken ( $\partial\tau/\partial p = +1$ ,  $\partial\tau/\partial f = -1$ ), aber unterschiedliche direkte Margeneffekte haben –  $p$  erhöht  $(1 - \beta)(p - c - d)$ ,  $f$  erhöht  $\beta \cdot f$  – sind die FOCs nicht linear abhängig.  $\square$

<sup>26</sup>Vgl. Kahneman/Knetsch/Thaler (1986) zu Fairness-Normen bei Preissetzung.

**Satz 9.21** ( $\beta_{\text{eff}}^*$  verbindet Grundmodell und Retourenpolitik). *Das  $\beta^*$  des Grundmodells (Satz 3.6) ist das  $\beta_{\text{eff}}^*$  des stetigen Modells. Im vollen Regime exakt ( $\beta_{\text{eff}}^* = \mu$ ); im selektiven Regime gilt  $\beta_{\text{eff}}^* = \mu\tau^*/L < \mu$ : Der Händler lässt “marginale” Mismatch-Kunden (mit  $U^{\text{low}} \approx \tau$ ) bewusst behalten, weil deren Retourenkosten  $r + d$  den Retentionsvorteil überwiegen.*

*Bemerkung 9.22* (Obere Schranke  $\beta \leq \mu$ ). Im stetigen Modell gilt stets  $\beta_{\text{eff}} = \mu \cdot q \leq \mu$ , da  $q \in [0, 1]$ . Es können nicht mehr Produkte retourniert werden, als Mismatches auftreten. Falls das Grundmodell ein  $\beta^* > \mu$  liefert (was bei hohem  $V$  und niedrigem  $\mu$  möglich ist), bindet die Nebenbedingung  $\beta \leq \mu$ : Das wahre Optimum ist dann  $\beta_{\text{eff}}^* = \mu$  (volles Retourenregime mit  $q^* = 1$ ). In diesem Fall gibt die Grundmodell-Formel keine zusätzliche Information – der Händler maximiert einfach die Retourenkulanz bis zum Mismatch-Anschlag.

*Numerische Verifikation* ( $\mu = 0,35$ ,  $a = 0$ , Standardparameter):

Table 8: Optimale Politik in Abhängigkeit des Restwert-Supports  $L$

$L$	$p^*$	$f^*$	$q^*$	$\beta_{\text{eff}}^*$	$\Pi^*$	Regime
40	57,0	16,0	1,00	35,0 %	1.704.461	volles Regime
50	60,5	9,5	1,00	35,0 %	1.704.461	volles Regime
60	64,0	3,0	1,00	35,0 %	1.704.461	volles Regime
70	64,5	0,0	0,91	31,8 %	1.711.963	selektives Regime
80	63,5	0,0	0,78	27,3 %	1.746.152	selektives Regime
90	63,0	0,0	0,69	24,1 %	1.798.401	selektives Regime

*Bemerkung 9.23* (Interpretation und Praxiszuordnung).

- *Volles Regime* ( $L \leq 60$ ): Nicht-passende Ware ist nahezu wertlos. Alle Mismatch-Kunden retournieren ( $q = 1$ ). Die Gebühr  $f > 0$  dient als Erlösinstrument bei gleichbleibendem  $\beta = \mu$ . Grundmodell ist exakt. Produktbeispiele: Elektronik (“funktioniert nicht”), Bücher (“falscher Titel”).
- *Selektives Regime* ( $L \geq 70$ ): Nicht-passende Ware hat relevanten Restwert (“nicht perfekt, aber tragbar”).  $f^* = 0$ ; der Preis  $p^*$  allein erzeugt die optimale Selektion. Produktbeispiele: Fashion (“sitzt nicht ideal”), Möbel (“Farbe weicht ab”).

**Korollar 9.24** (Instrumentenhierarchie). *Die drei Instrumente des Händlers – Retourenkulanz  $V$  (erstes Instrument), Preis  $p$  (zweites), Gebühr  $f$  (drittes) – ergänzt um die Hassle-Steuerung  $a_{\text{pol}}$ , folgen einer klaren Hierarchie:*

- $a_{\text{pol}}^* = -a_{\text{exo}}$  (Convenience maximieren, kostenfrei).
- $f$  und  $p$  steuern  $\beta_{\text{eff}}^*$  über  $\tau = p - f$ .
- $f$  ist Friction strikt vorzuziehen (Erlös statt DWL), unter dem Vorbehalt verhaltensökonomischer Effekte (Bemerkung 9.18).
- Die  $(p, f)$ -Redundanz gilt im vollen Regime ( $L \leq \tau^*$ ); im selektiven Regime sind  $p^*$  und  $f^*$  eindeutig.

## 10 Diskussion

### 10.1 Einordnung in die bestehende Literatur

Das vorliegende Modell positioniert sich an der Schnittstelle dreier Literaturstränge, die bisher weitgehend getrennt behandelt werden.

*Retourenlogistik und Operations Research.* Die Newsvendor-Literatur mit Retouren (Davis/Hagerty/Gerstner, 1998; Padmanabhan/Png, 1997) modelliert typischerweise einperiodige Entscheidungen, in denen der Händler Bestellmenge und Rücknahmepreis simultan optimiert. Diese Modelle erfassen die operative Kostenstruktur präzise, ignorieren aber den langfristigen Kundenwert. Khouja und Hammami (2023) erweitern den Newsvendor-Rahmen um heterogene Konsumententypen und strategisches Verhalten, verzichten aber auf eine CLV-Integration.<sup>27</sup> Das vorliegende Modell übernimmt die Kostenstruktur der Logistikliteratur (Deckungsbeitrag  $db$ , Distributionskosten  $d$ , Retourenkosten  $r$ ), bettet sie aber in einen Mehrperioden-CLV-Rahmen ein.

*Customer Lifetime Value und Marketing Science.* Die CLV-Literatur (Gupta/Lehmann, 2005; Berger/Nasr, 1998; Fader/Hardie/Lee, 2005) liefert den formalen Rahmen für die Mehrperioden-Bewertung von Kundenbeziehungen.<sup>28</sup> Die geometrische Reihenformel  $CLV = m \cdot r / (1 + d - r)$  liegt auch diesem Modell zugrunde. Die wesentliche Erweiterung besteht darin, die Retentionrate  $\alpha$  nicht als exogene Konstante, sondern als endogene Funktion der Retourenquote  $\beta$  zu modellieren – was die CLV-Literatur bisher nicht tut. Die Kritik von Fader und Hardie (2014) an konstanten Retentionsraten wird durch die konkave Spezifikation (Abschnitt 5) teilweise adressiert, bleibt aber für die nicht-kontraktuelle Natur des Einzelhandels relevant.<sup>29</sup>

*Mikroökonomische Preistheorie.* Die risikobasierte Nachfragefunktion folgt der Tradition der Informationsökonomik: Konsumenten antizipieren Qualitätsunsicherheit und passen ihre Zahlungsbereitschaft entsprechend an (vgl. Akerlof, 1970; Nelson, 1970 für Erfahrungsgüter). Die Retourenpolitik wirkt in diesem Rahmen als *Garantie*, die das wahrgenommene Risiko senkt und damit die Nachfragekurve nach rechts verschiebt. Dieser Mechanismus ist in der Garantie-Literatur (Heal, 1977; Grossman, 1981) etabliert, wurde aber bisher nicht formal auf Retourenpolitiken angewandt. Die geschlossene Preisformel  $p^*(\beta)$  in Satz 6.4 stellt nach unserem Kenntnisstand ein neues Ergebnis dar.

### 10.2 Vergleich der modelltheoretischen Ergebnisse mit der Empirie

Die Ergebnisse des Modells lassen sich an mehreren Stellen mit empirischen Befunden abgleichen.

*Preiseffekt vs. Retentionseffekt.* Das zentrale Ergebnis – der Preiseffekt dominiert den Retentions- und Nachfrageeffekt um den Faktor zwei (Satz 6.11, Tabelle 2) – ist konsistent mit der Beobachtung, dass großzügige Retourenpolitiken vor allem dort profitabel sind, wo Konsumenten hohe Kaufunsicherheit wahrnehmen (Fashion, Elektronik), und weniger dort, wo Produkte standardisiert sind (Bücher, Lebensmittel). In letzteren Kategorien ist  $\mu$  niedrig, der Preiseffekt gering, und die Retourenpolitik tatsächlich primär ein Kundenbindungsinstrument – was die gängige Sichtweise für *diese* Segmente bestätigt.

<sup>27</sup> Vgl. Khouja/Hammami (2023), S. 683–703.

<sup>28</sup> Vgl. Gupta/Lehmann (2005).

<sup>29</sup> Vgl. Fader/Hardie (2014).

*Konkavität der Retention.* Der Hauptsatz 5.1 (Existenz ohne Schwellbedingung für  $\gamma < 1$ ) ist konsistent mit dem Befund von Bower und Maxham (2012), dass der Wechsel von gebührenpflichtigen zu kostenlosen Retouren einen dramatischen Effekt hat (+58 bis +357%), während Unterschiede innerhalb großzügiger Politiken (z. B. 30 vs. 100 Tage Frist) geringere Effekte zeigen. Die Asymmetrie – Restriktionen zerstören mehr Wert als Kulanz schafft (−74 bis −100%) – spricht ebenfalls für eine stark konkave, nicht lineare Spezifikation.

Die Meta-Analyse von Janakiraman et al. (2016) bestätigt, dass die *Richtung* aller vier Kulanzdimensionen der Modelllogik entspricht: Höhere Kulanz steigert die Kaufbereitschaft.<sup>30</sup> Die genaue Parametrisierung ( $\gamma \in [0,3; 0,7]$ ) ist empirisch noch unzureichend bestimmt und stellt eine zentrale Aufgabe für künftige experimentelle Forschung dar.

*Depreziation und Retourenlogistik.* Die Depreziationserweiterung (Abschnitt 4) ist konsistent mit Blackburn et al. (2004), die zeigen, dass die Geschwindigkeit der Retourenlogistik ein zentraler Profitabilitätstreiber ist: Bei *marginal value products* (mit hoher Depreziation) dominiert die Logistikgeschwindigkeit die Logistikkosten.<sup>31</sup> Die kritische Depreziation  $\delta_{\max} \approx 17\%$  (Korollar 4.4) ist plausibel im Kontext der empirisch dokumentierten 20–30% Wertverlust pro Monat für Fashion-Artikel.

### 10.3 Praktische Relevanz: Mismatch-Wahrscheinlichkeit und Segmentierung

Die komparative Statik des endogenen Modells ( $\partial\beta^*/\partial\mu > 0$ , Satz 6.10) liefert eine operativ einsetzbare Handlungsregel: *Je höher die konsumentenseitige Kaufunsicherheit, desto großzügiger sollte die Retourenpolitik sein.* Diese “ $\mu$ -Regel” erklärt die beobachteten Muster:

- **Fashion** (hohes  $\mu$  wegen Passformunsicherheit): Zalando und ASOS bieten trotz jüngster Einschränkungen immer noch großzügigere Retourenpolitiken als andere Branchen.
- **Elektronik** (mittleres  $\mu$  wegen Funktionsunsicherheit): Amazon gewährt 30 Tage bei den meisten Produkten.
- **Standardware** (niedriges  $\mu$ , z. B. Bücher, Haushalt): Restriktivere Politiken mit kurzen Fristen sind profitabler.

Die jüngsten Praxisänderungen bei Zalando und ASOS repräsentieren allerdings eine wichtige Weiterentwicklung, die das Modell nicht abbildet: die *individuelle* Differenzierung der Retourenpolitik nach Kundensegmenten. ASOS’ dreistufiges Gebührenmodell (2026) implementiert de facto eine nicht-lineare Preisdiskriminierung nach Retourenverhalten. Zalandos Sanktionsmechanismus (2025) mit Verwarnungen und Sperrungen zielt auf die 11% Serial Returners, die 24% der Retouren verursachen.<sup>32</sup> Diese segmentierten Ansätze erfordern eine Modellerweiterung mit heterogenen Kundentypen ( $V_s, \gamma_s, \mu_s$ ).

Otto Group verfolgt bewusst eine Gegenstrategie und hält an kostenlosen Retouren als strategischem Differenzierungsmerkmal fest – ein Ansatz, der im Modellrahmen als hoher Wert von  $V$  (starker Retentionseffekt) interpretiert werden kann und bei hinreichend hohem  $V$  tatsächlich gewinnmaximal ist.<sup>33</sup>

<sup>30</sup>Vgl. Janakiraman/Syrdal/Freling (2016), S. 226–235.

<sup>31</sup>Vgl. Blackburn et al. (2004), S. 6–22.

<sup>32</sup>Vgl. ZigZag/Retail Economics (2024).

<sup>33</sup>Vgl. Otto Group (2025), Customers want free returns.

## 10.4 Methodische Reflexion

*Stärken der analytischen Modellierung.* Die geschlossene Lösung  $\beta^*$  ermöglicht *strukturelle Einsichten*, die datengetriebene Ansätze nicht liefern können: Die komparative Statik (Lemmata 3.10–3.13) zeigt die *Richtung* aller Parametereffekte, unabhängig von der spezifischen Parameterkonstellation. Der Hauptsatz 5.1 (Existenz ohne Schwellbedingung) ist eine *qualitative* Aussage, die für alle Parameterräume gilt. Die Gewinnzerlegung (Satz 6.11) identifiziert den *Mechanismus* (Preis- vs. Retentionskanal), nicht nur den Nettoeffekt.

*Grenzen der analytischen Modellierung.* Machine-Learning-Ansätze (vgl. Abschnitt 2.5) übertragen analytische Modelle in der Prognosegenauigkeit auf individueller Transaktionsebene. Der vielversprechendste Ansatz ist ein *zweistufiges Hybrid*: ML-Prognose individueller Retourenwahrscheinlichkeiten als Input für Optimierungsmodelle, die personalisierte Politiken vorschreiben. Dies würde die strukturellen Einsichten des analytischen Modells mit der Präzision datengetriebener Ansätze verbinden.

## 10.5 Robustheitstest: Ist der Retentionskanal redundant?

Die Gewinnzerlegung (Tabelle 2) weist dem Preiseffekt 65 % und dem Retentions- und Nachfrageeffekt 35 % des Gesamtvorteils zu. Dies wirft die Frage auf, ob die Retention-Sensitivität  $V$  im endogenen Modell überflüssig ist – ob also der Preiskanal allein eine positive Retourenquote rechtfertigt.

**Proposition 10.1** (Spezialfall  $V = 0$ ). *Für  $V = 0$  (keine Kundenbindungswirkung der Retourenkulanz) vereinfacht sich die Gewinnfunktion zu:*

$$\Pi_{V=0}^*(\beta) = \frac{(1+i)^3 \cdot M \cdot \Phi(\beta)^2}{4\bar{U}(1-\beta) \cdot i \cdot (1+i-\beta) \cdot (1+i-\frac{1}{n})} \quad (68)$$

*Der Nenner-Term  $(1+i-1/n-V\beta^\gamma)$  wird zur Konstanten  $(1+i-1/n)$ . Der Konkavitätsparameter  $\gamma$  entfällt. Die Optimierung reduziert sich auf ein Drei-Kanal-Problem (Kosten, Nachfrage, Preis), wobei die FOC eine kubische Gleichung in  $f = 1 - \beta$  liefert:*

$$4\mu_e \cdot f^3 + (3\mu_e i - \mu_e - 2A_e) \cdot f^2 + A_e(1-i) \cdot f - (1+i)(d+r) = 0 \quad (69)$$

mit  $A_e = \bar{U} - c + r$ .

Die numerische Auswertung für die Standardparameter ergibt ein überraschendes Resultat:

Table 9: Optimale Retourenquote bei verschiedenen  $V$  ( $\gamma = 1, \delta = 0, \mu = 0,13$ )

$V$	$\beta^*$	$p^*$	$\Pi^*$	$\Delta\Pi$ vs. $\beta = 0$
0	1,9 %	55,27	1.031.048	$\approx 0$ %
0,1	16,4 %	57,50	1.049.543	+1,8 %
0,2	26,9 %	59,41	1.095.094	+6,2 %
0,3	35,7 %	61,28	1.170.926	+13,5 %
<b>0,4</b>	<b>43,7 %</b>	<b>63,32</b>	<b>1.290.574</b>	<b>+25,1 %</b>

**Satz 10.2** (Komplementarität von Retention und Preis). *Der Retentionskanal ( $V > 0$ ) und der Preiskanal ( $\mu > 0$ ) sind komplementär, nicht substitutiv:*

- (a) *Für  $V = 0$  und moderates  $\mu$  ist  $\beta^* \approx 0$ : Der Preiskanal allein reicht nicht aus, um eine substantielle Retourenkulanz zu rechtfertigen.*
- (b) *Für  $V = 0,4$  und  $\mu = 0$  ist  $\beta^* = 33,4\%$ : Der Retentionskanal allein erzeugt ein inneres Optimum.*
- (c) *Erst die Kombination beider Kanäle erzeugt das substanzielle  $\beta^* = 43,7\%$  bei  $\mu = 0,13$ .*

*Beweis (ökonomisch).* Bei  $V = 0$  wirkt eine Erhöhung von  $\beta$  nur über zwei Kanäle: (i) höhere Nachfrage ( $\partial K_0/\partial \mu > 0$ ) und (ii) höherer optimaler Preis ( $\partial p^*/\partial \beta > 0$ ). Gleichzeitig steigen die Retourenkosten. Da der Nachfrageeffekt proportional zu  $\mu\beta$  ist und die Retourenkosten proportional zu  $r\beta + d\beta$ , überwiegen bei moderatem  $\mu$  die Kosten. Erst bei hinreichend hohem  $\mu$  überkompensiert der Nachfrage-Preis-Effekt die Kosten – und selbst dann nur marginal ( $\beta^* \approx 5\%$ ). Der Retentionskanal hingegen wirkt bereits bei  $\beta \rightarrow 0^+$  mit positivem Grenznutzen  $V \cdot (\text{CLV-Hebel}) > 0$ , sodass ein inneres Optimum entsteht.  $\square$

*Bemerkung 10.3* (Reinterpretation der 65/35-Zerlegung). Die Gewinnzerlegung aus Satz 6.11 misst den *marginalen* Gewinnzuwachs durch Preisendogenisierung, *gegeben* dass  $V = 0,4$  ein  $\beta_{\text{exo}}^* = 26,8\%$  etabliert hat. Sie beantwortet die Frage: “ Wenn Retention  $\beta^* > 0$  rechtfertigt, wie viel zusätzlichen Gewinn liefert die Preisoptimierung?” Die Antwort ist 65 %. Sie beantwortet *nicht* die Frage, ob  $V$  entbehrlich ist. Die Analogie:  $V$  ist der Motor (bringt  $\beta^*$  von null auf ein positives Niveau),  $\mu > 0$  ist der Turbolader (verstärkt  $\beta^*$  über Nachfrage- und Preiskanal, benötigt aber den laufenden Motor).

## 10.6 Implizite Segmentierung über die Nutzenfunktion

Die Annahme  $v \sim U[0, \bar{U}]$  enthält bereits eine *implizite Kundensegmentierung*. Die Kaufbedingung  $U_i \geq p/(1 - \mu)$  definiert den Marginalkunden:

$$U^* = p^*(\mu)/(1 - \mu) \tag{70}$$

Für die Standardparameter gilt  $v^*(0) = 77,50$  (22,5 % kaufen) und  $v^*(0,437) = 71,77$  (28,2 % kaufen). Die Retourenkulanz “aktiviert” 5,7 Prozentpunkte zusätzliche Kunden aus dem Intervall  $[71,77; 77,50]$  – dies sind die *risikosensitiven Marginalkunden*, die nur bei hinreichender Kulanz kaufen.

*Bemerkung 10.4* (Retourenpolitik als Preisdiskriminierung dritten Grades). Die Retourenquote  $\beta$  wirkt ökonomisch wie ein Instrument der Preisdiskriminierung: Sie senkt die effektive Kaufschwelle  $p/(1 - \mu)$  und verschiebt  $v^*$  nach unten. Da  $\mu$  für risikosensitive Konsumenten (niedrigeres  $v$ ) relativ zum Produktwert schwerer wiegt, profitieren diese überproportional. Der Händler extrahiert den Mehrwert über den höheren Preis  $p^*$ .

Eine natürliche Erweiterung ist die *explizite Segmentierung* mit  $k$  Kundensegmenten, die sich in Risikoprämie und/oder Zahlungsbereitschaft unterscheiden. Für zwei Segmente (Fashion mit  $\mu_A = 0,40$ , Standard mit  $\mu_B = 0,05$ ) bei uniformer Retourenpolitik ergibt die numerische Analyse einen Gewinnverlust von nur 0,7 bis 0,9 % gegenüber segmentspezifischen  $\beta_s^*$ . Dies deutet darauf

hin, dass eine einheitliche Retourenpolitik nahezu optimal ist, wenn die Preisanpassung  $p^*(\beta)$  segmentübergreifend wirkt – ein für die Praxis relevantes Ergebnis, da die meisten Händler keine segmentspezifischen Retourenquoten steuern können.

Deutlich größere Unterschiede ergeben sich bei Segmentierung über  $\bar{U}$ : Ein Premium-Segment ( $\bar{U} = 150$ ) zeigt  $\beta^* = 55\%$ , ein Budget-Segment ( $\bar{U} = 60$ ) nur  $\beta^* = 18\%$  – eine Differenz von 37 Prozentpunkten. Dies legt nahe, dass die *Zahlungsbereitschaft* eine stärkere Segmentierungsvariable ist als die *Risikoprämie* und motiviert eine Retourenpolitik, die nach Produktpreissegment differenziert.

## 10.7 Limitationen

- (1) **Kundenhomogenität:** Alle Kunden haben identisches Retourenverhalten  $\beta$  und identische Bindungsreaktion  $V$ . Empirisch ist die Heterogenität erheblich: Serial Returners machen 11% der Kunden, aber 24% der Retouren aus (ZigZag/Retail Economics, 2024). Hjort und Lantz (2016) zeigen zudem, dass Kunden mit hoher Retourenquote einen *niedrigeren* Gesamt-Deckungsbeitrag generieren – nicht alle Vielretournierer sind wertvolle Kunden.<sup>34</sup>
- (2) **Keine strategischen Retouren:** Wardrobing (Kauf mit Rückgabeabsicht nach einmaliger Nutzung) und betrügerische Retouren werden nicht modelliert. Die National Retail Federation beziffert das Volumen auf 103,8 Mrd. USD im Jahr 2024. Khouja und Hammami (2023) zeigen, dass die Berücksichtigung strategischen Verhaltens die optimale Politik qualitativ verändern kann.<sup>35</sup>
- (3) **Keine Umweltkosten:** Trotz der erheblichen ökologischen Auswirkungen (vgl. Abschnitt 2.7) enthält die Zielfunktion keinen Umweltkostenterm. Mit steigenden CO<sub>2</sub>-Preisen und regulatorischem Druck wird dies zunehmend relevant.
- (4) **Monopolistische Marktstruktur:** Im Oligopol würden Retourenpolitiken strategisch interagieren. Ein Händler, der seine Retourenpolitik verschärft, riskiert Kundenabwanderung zum Wettbewerber mit großzügigerer Politik – ein Gefangenendilemma, das die branchenweite Tendenz zu großzügigen Retouren teilweise erklärt.
- (5) **Statisches  $\beta$ :** Die Retourenquote wird als zeitinvariante Entscheidungsvariable modelliert. Empirisch steigt  $\beta$  über die Kundenlebensdauer um ca. 48% vom ersten zum zehnten Kauf,<sup>36</sup> was den kumulierten Kundenwert systematisch überschätzt.
- (6) **Lineare Nachfragefunktion:** Alternative Spezifikationen (log-linear, logistisch, CES) könnten zu anderen optimalen Preis-Aufschlagsfaktoren führen. Die qualitative Richtung ( $\partial p^*/\partial \beta > 0$ ,  $\beta_{\text{endo}}^* > \beta_{\text{exo}}^*$ ) ist jedoch robust gegenüber der funktionalen Form, da sie aus der Grundstruktur des Trade-offs folgt.

<sup>34</sup>Vgl. Hjort/Lantz (2016), S. 4980–4985.

<sup>35</sup>Vgl. Khouja/Hammami (2023), S. 683–703.

<sup>36</sup>Vgl. Customer Return Rate Evolution (2025), ScienceDirect.

## 11 Zusammenfassung und Ausblick

### 11.1 Zusammenfassung der Ergebnisse

Dieses Working Paper leistet drei Beiträge:

- (1) **Geschlossenes Grundmodell mit Existenzbedingungen:** Ein Mehrperioden-Gewinnmodell mit Retourenkosten und Kundenbindung wird hergeleitet. Die geschlossene Lösung für  $\beta^*$  wird bewiesen, Existenzbedingungen ( $V_{\min} \leq V \leq V_{\max}$ ) werden erstmals vollständig charakterisiert, und vier Lemmata zur komparativen Statik liefern die Richtung aller Parametereffekte.
- (2) **Fünf qualitativ neue Erweiterungen mit drei Instrumenten:**
  - Produktdepreciation: Geschlossene Lösung  $\beta^{*,\delta}$  mit kritischer Schwelle  $\delta_{\max}$  (Satz 4.2, Korollar 4.4)
  - Konkave Retention: Elimination der Schwellbedingung  $V_{\min}$  (Satz 5.1).  $V$  wird als *erstes Instrument* (Investition in Retourenkulanz) identifiziert
  - Endogener Preis (*zweites Instrument*): Mikrofundierung des Kaufrisikos (Def. 6.1), geschlossene Preisformel  $p^*(\beta)$  (Satz 6.4) und Dominanz des Preiseffekts (Satz 6.11)
  - Multiplikative WTP: Geschlossene Preisformel  $p^{*,\theta}(\beta)$  (Satz 8.3) mit natürlicher Konkavität im Nachfragekanal (Lemma 8.1)
  - Retourengebühr (*drittes Instrument*  $f$ ) mit Dreifachwirkung (Satz 9.3), Komposit-Äquivalenz (Satz 9.7), Dimensionsreduktion auf kubische Gleichung in  $\mu$  (Satz 9.11). Stetiges Retourenmodell mit  $\beta$  als *Ergebnis* der drei Instrumente ( $V, p, f$ ): Gebühr dominiert Friction (Satz 9.17), zwei Regime (Satz 9.20), Verbindung zum Grundmodell (Satz 9.21)
- (3) **Paradigmenwechsel:** Retourenpolitik ist primär ein Preisdifferenzierungsinstrument (65 % Preiseffekt vs. 35 % Retentions-/Nachfrageeffekt). Das vollständige Modell liefert +58,8 % Gewinnsteigerung.

### 11.2 Ausblick

Vier Richtungen für weiterführende Forschung: (1) Kundensegmentierung mit heterogenen ( $V_s, \gamma_s, \mu_s$ ); (2) spieltheoretische Integration strategischer Retouren; (3) dynamische  $\beta$ -Evolution über die Kundenlebensdauer; (4) Oligopol-Erweiterung mit simultaner Preis- und Retourenpolitik-Wahl.

## Literaturverzeichnis

### **Akerlof (1970)**

Akerlof, G. A. (1970): The Market for “Lemons”: Quality Uncertainty and the Market Mechanism, in: The Quarterly Journal of Economics, 84. Jg., Nr. 3, S. 488–500.

### **Amazon Seller Central (2025)**

Amazon Seller Central (2025): Updates to the Return Insights Dashboard and Returns Processing Fee Reminder, verfügbar unter: <https://sellercentral.amazon.com> (zuletzt abgerufen am: 20.03.2026).

### **Anderson/Mittal (2000)**

Anderson, E. W./Mittal, V. (2000): Strengthening the Satisfaction-Profit Chain, in: Journal of Service Research, 3. Jg., Nr. 2, S. 107–120.

### **Asdecker (2022)**

Asdecker, B. (2022): Retourenmanagement im deutschen E-Commerce – Ergebnisse der Händlerbefragung, verfügbar unter: <http://www.retourenforschung.de> (zuletzt abgerufen am: 15.03.2026).

### **Berger/Nasr (1998)**

Berger, P. D./Nasr, N. I. (1998): Customer Lifetime Value: Marketing Models and Applications, in: Journal of Interactive Marketing, 12. Jg., Nr. 1, S. 17–30.

### **Blackburn et al. (2004)**

Blackburn, J. D./Guide, V. D. R./Souza, G. C./Van Wassenhove, L. N. (2004): Reverse Supply Chains for Commercial Returns, in: California Management Review, 46. Jg., Nr. 2, S. 6–22.

### **Bower/Maxham (2012)**

Bower, A. B./Maxham, J. G. (2012): Return Shipping Policies of Online Retailers: Normative Assumptions and the Long-Term Consequences of Fee and Free Returns, in: Journal of Marketing, 76. Jg., Nr. 5, S. 110–124.

### **Customer Return Rate Evolution (2025)**

Customer Return Rate Evolution (2025), in: International Journal of Research in Marketing, verfügbar unter: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167811625000230> (zuletzt abgerufen am: 18.03.2026).

### **Davis/Hagerty/Gerstner (1998)**

Davis, S./Hagerty, M./Gerstner, E. (1998): Return Policies and the Optimal Level of “Hassle”, in: Journal of Economics and Business, 50. Jg., Nr. 5, S. 445–460.

### **Fader/Hardie (2014)**

Fader, P. S./Hardie, B. G. S. (2014): What’s Wrong with This CLV Formula? – An Exploration of Issues with the Traditional Formulation, verfügbar unter: <http://www.brucehardie.com/notes> (zuletzt abgerufen am: 15.03.2026).

**Fader/Hardie/Lee (2005)**

Fader, P. S./Hardie, B. G. S./Lee, K. L. (2005): “Counting Your Customers” the Easy Way: An Alternative to the Pareto/NBD Model, in: *Marketing Science*, 24. Jg., Nr. 2, S. 275–284.

**FashionUnited (2025)**

FashionUnited (2025): Zalando Penalises “Excessive” Returns, verfügbar unter: <https://fashionunited.com> (zuletzt abgerufen am: 20.03.2026).

**Grossman (1981)**

Grossman, S. J. (1981): The Informational Role of Warranties and Private Disclosure about Product Quality, in: *The Journal of Law and Economics*, 24. Jg., Nr. 3, S. 461–483.

**Gupta/Lehmann (2003)**

Gupta, S./Lehmann, D. R. (2003): Customers as Assets, in: *Journal of Interactive Marketing*, 17. Jg., Nr. 1, S. 9–24.

**Gupta/Lehmann (2005)**

Gupta, S./Lehmann, D. R. (2005): *Managing Customers as Investments: The Strategic Value of Customers in the Long Run*, Upper Saddle River, Wharton School Publishing.

**Heal (1977)**

Heal, G. (1977): Guarantees and Risk-Sharing, in: *The Review of Economic Studies*, 44. Jg., Nr. 3, S. 549–560.

**Hjort/Lantz (2016)**

Hjort, K./Lantz, B. (2016): The Impact of Returns Policies on Profitability: A Fashion E-Commerce Case, in: *Journal of Business Research*, 69. Jg., Nr. 11, S. 4980–4985.

**Hublify (2024)**

Hublify (2024): Deckungsbeitrag: 7 Irrtümer und Wahrheiten zur Steuerung deines E-Commerce, verfügbar unter: <https://hublify.io/blog/> (zuletzt abgerufen am: 15.03.2026).

**Janakiraman et al. (2016)**

Janakiraman, N./Syrdal, H. A./Freling, R. (2016): The Effect of Return Policy Leniency on Consumer Purchase and Return Decisions: A Meta-analytic Review, in: *Journal of Retailing*, 92. Jg., Nr. 2, S. 226–235.

**Kahneman/Knetsch/Thaler (1990)**

Kahneman, D./Knetsch, J. L./Thaler, R. H. (1990): Experimental Tests of the Endowment Effect and the Coase Theorem, in: *Journal of Political Economy*, 98. Jg., Nr. 6, S. 1325–1348.

**Khouja/Hammami (2023)**

Khouja, M./Hammami, R. (2023): Optimizing Price, Order Quantity, and Return Policy in the Presence of Consumer Opportunistic Behavior for Online Retailers, in: *European Journal of Operational Research*, 309. Jg., Nr. 2, S. 683–703.

**Nelson (1970)**

Nelson, P. (1970): Information and Consumer Behavior, in: Journal of Political Economy, 78. Jg., Nr. 2, S. 311–329.

**Otto Group (2025)**

Otto Group (2025): Customers Want Free Returns, verfügbar unter: <https://www.ottogroup.com/en/stories> (zuletzt abgerufen am: 20.03.2026).

**Petersen/Kumar (2015)**

Petersen, J. A./Kumar, V. (2015): Perceived Risk, Product Returns, and Optimal Resource Allocation: Evidence from a Field Experiment, in: Journal of Retailing, 91. Jg., Nr. 3, S. 406–423.

**Reinartz/Thomas/Kumar (2005)**

Reinartz, W./Thomas, J. S./Kumar, V. (2005): Balancing Acquisition and Retention Resources to Maximize Customer Profitability, in: Journal of Marketing, 69. Jg., Nr. 1, S. 63–79.

**RetailDetail (2025)**

RetailDetail (2025): Inditex Expands Return Charges, verfügbar unter: <https://www.retaildetail.eu/news> (zuletzt abgerufen am: 20.03.2026).

**Roichman et al. (2024)**

Roichman, C. et al. (2024): The Convenience Economy: Product Flows and GHG Emissions of Returned Apparel in the EU, in: Resources, Conservation and Recycling, 207. Jg., Art. 107652.

**Shang et al. (2017)**

Shang, G./Pekgun, P./Ferguson, M./Galbreth, M. (2017): How Much Do Online Consumers Really Value Free Product Returns? Evidence from eBay, in: Journal of Operations Management, 53–56. Jg., S. 45–62.

**Soysal/Namin (2026)**

Soysal, G. P./Namin, A. (2026): Return Timing and Dynamic Salvage Value Optimization in Fashion Retail, in: International Journal of Production Research, 64. Jg., Nr. 3, S. 812–834.

**Springer (2024)**

Springer (2024): Forecasting E-Commerce Consumer Returns: A Systematic Literature Review, in: Management Review Quarterly, verfügbar unter: <https://link.springer.com/article/10.1007/s1024-00436-x> (zuletzt abgerufen am: 15.03.2026).

**TheIndustry.fashion (2026)**

TheIndustry.fashion (2026): ASOS Rolls Out First-of-its-Kind Returns Transparency Tool After Introducing Fees, verfügbar unter: <https://www.theindustry.fashion/> (zuletzt abgerufen am: 20.03.2026).

**Universität Bamberg (2022)**

Universität Bamberg (2022): Deutschland ist Retouren-Europameister – Erste EU-Händlerbefragung Retourenmanagement, verfügbar unter: <https://blog.uni-bamberg.de/forschung/2022/> (zuletzt abgerufen am: 15.03.2026).

**WeSupply Labs (2024)**

WeSupply Labs (2024): Ecommerce Returns: Unveiling Environmental Impact, verfügbar unter: <https://wesupplylabs.com/> (zuletzt abgerufen am: 18.03.2026).

**Wood (2009)**

Wood, S. L. (2009): Retail Return Policy, Endowment Effect, and Consumption Propensity: An Experimental Study, in: *The B.E. Journal of Economic Analysis & Policy*, 9. Jg., Nr. 1, Art. 38.

**ZigZag/Retail Economics (2024)**

ZigZag/Retail Economics (2024): What Type of Returners Does Your Retail Business Have?, verfügbar unter: <https://www.zigzag.global/blogs/> (zuletzt abgerufen am: 18.03.2026).

## Symbolverzeichnis

Symbol	Beschreibung	Einheit
$p$	Verkaufspreis	EUR/Stück
$c$	Variable Kosten	EUR/Stück
$d$	Distributionskosten	EUR/Stück
$r$	Direkte Retourenkosten	EUR/Stück
$\beta$	Retourenquote	–
$\beta^*$	Optimale Retourenquote	–
$i$	Diskontierungssatz	–
$K_0$	Neukunden pro Periode	Kunden
$n$	Natürlicher Kundenverlust (Bindung = $1/n$ )	–
$V$	Retention-Sensitivität	–
$\gamma$	Konkavitätsparameter der Retention	–
$\delta$	Depreziationsfaktor pro Wiederverkaufszyklus	–
$\sigma$	Margin-Multiplikator (= $1 - \delta$ )	–
$M$	Marktgröße	Kunden
$A$	= $p - c + r$	EUR
$B$	= $p - c - d$	EUR
$C$	= $Ai + r + d$	EUR
$F$	= $[A(1 + i - 1/n) - VB]/V$	EUR
$\alpha$	Kundenbindungsrate	–
$\Phi$	Surplusfunktion	EUR
$\theta$	Endowment-Verstärkungsparameter	–
$\mu$	Mismatch-Wahrscheinlichkeit	–
$f$	Retourengebühr (fester Betrag)	EUR
$a$	Kundenseitiger Retourenaufwand (Hassle)	EUR
$a_{\text{exo}}$	Unvermeidbarer Basisaufwand	EUR
$a_{\text{pol}}$	Händlergesteuerte Retourenreibung ( $>0$ ) / Komfort ( $<0$ )	EUR
$\kappa_r$	Convenience-Kostensatz pro EUR Komfort pro Retoure	–
$U^{\text{low}}$	Restwert nicht-passenden Produkts	EUR
$L$	Obere Schranke von $U^{\text{low}}$ (Support der Gleichverteilung)	EUR
$\tau$	= $p - f - a$ (Retourenschwelle / Nettoerstattung)	EUR
$q$	= $\tau/L$ (bedingte Retourenwahrscheinlichkeit)	–
$\xi$	Kundenkosten-Komposit ( $(1-\mu)p + \mu(f+a)$ )	EUR
$\Psi$	= $\tilde{B} - \mu\tilde{A}$ (modifizierte Surplusfunktion)	EUR
$\tilde{A}$	= $\bar{U} - c + r + a$	EUR
$\tilde{B}$	= $\bar{U} - c - d$	EUR